



Die Magie der Informatik: Kartentricks

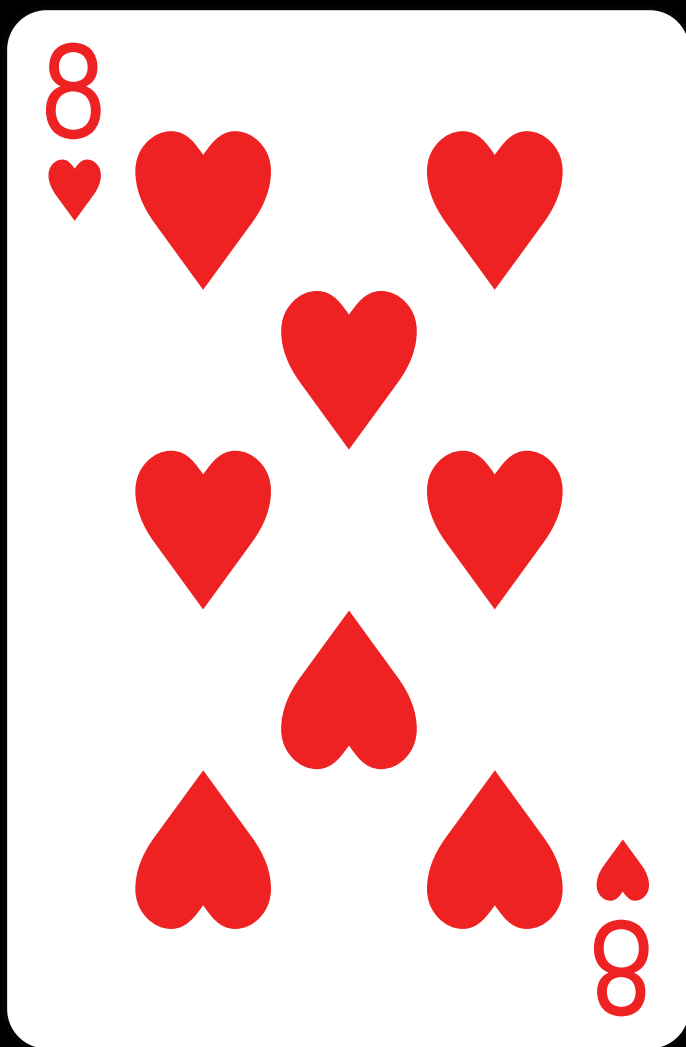
oder
Eine Fülle von
faszinierenden auf
Spielkarten basierenden
Paradoxien, welche die
Prinzipien der Informatik
untermauern

Präsentiert von

Peter McOwan und Paul Curzon
vom Institut für Informatik,
Queen Mary, University of London
mit Unterstützung von www.cs4fn.org



Queen Mary
University of London



Das ist Ihre Karte

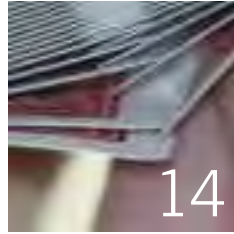
Inhalt



Magie und Informatik



Der 21-Karten Trick



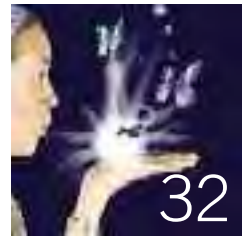
Perfektes Mischen



Das Gedankenkontroll-Experiment



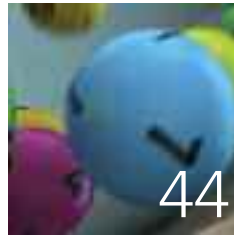
Die außerkörperliche Erfahrung



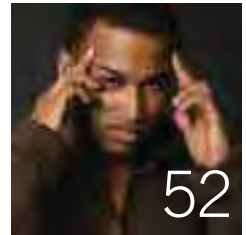
Völlig verrückte Wahrsagerei



Der blitzschnelle Marrakesch-Rechner



Die Lottovorhersage



Das Schicksalsquadrat



Die Zukunft



Der Vorhang fällt

Magie und Informatik

„Wählen Sie eine Karte, irgendeine Karte!“ Wie oft haben Sie diese Worte schon von einem Magier gehört? Der normale Ablauf ist, dass Sie eine Karte wählen, der Magier den Stapel mischt und *Abra kadabra* die von Ihnen gewählte Karte erscheint. Doch hinter der Magie stecken meist interessante Mathematik und Ideen, die in der Informatik angewendet werden. Und wir werden sehen, wie magisches Kartenmischen zur Entwicklung neuer Arbeitsweisen für Computer geführt hat. Es ist ist daher kaum verwunderlich, dass einige der großen Magier auch Informatiker oder Mathematiker waren.

Verbrennt die Hexen!

Wenn Sie vor 500 Jahren behauptet hätten, dass Sie zeitgleich mit jemanden auf einem anderen Kontinent kommunizieren können, wären Sie vermutlich als Hexe auf dem Scheiterhaufen verbrannt worden. Heutzutage können wir das jederzeit, an jedem Ort tun indem wir unsere Handys benutzen. Magie ist Wirklichkeit geworden. Natürlich braucht die Technologie keine der angeblich übersinnlichen Kräfte der Mystiker.

Die Magier Penn und Teller haben das Prinzip im wohl teuersten Trick seiner Zeit in den 1990ern demonstriert. Der Trick wurde in den Straßen von London, im Piccadilly Circus, durchgeführt und live im Fernsehen übertragen. Sie baten einen Passanten, eine Karte aus einem normalen Satz von Spielkarten auszuwählen. Die Person ließ weder die Magier noch die Kameras, welche sich hinter Penn

befanden, die Karte sehen. Der Magier mischte die Karten und breitete sie dann fächerförmig aus. Er wusste sofort, welches die gewählte Karte war. Übersinnliche Kräfte? Nein. Höhere Mathematik? Ja.

Der Science Fiction Autor Arthur C Clarke hat es mit dem heute bekannten Zitat zusammengefasst: „Jede hinreichend fortgeschrittene Technologie ist von Magie nicht mehr zu unterscheiden.“

Wie hat der Trick funktioniert? Die Kamera konnte die gewählte Karte nicht sehen. Sie konnte allerdings alle anderen Karten sehen. Der Kartenfächer wurde mittels eines visuell arbeitenden Computerprogramms analysiert. Durch ein hochmodernes Bilderkennungssystem konnte das Programm schnell all die Karten identifizieren, die im Fächer vorhanden waren, und somit die fehlende Karte benennen. Der Computer wurde dann mit den Neonanzeigetafeln in Piccadilly Circus verbunden und tauschte die Werbeanzeige gegen eine gigantische Nachricht mit der fehlenden Karte aus. Da sich das hinter dem Rücken des Freiwilligen abspielte, wusste dieser nichts davon. Es schien unfassbar. Doch es war keine Zauberei, sondern Technologie. Inzwischen ist diese Technologie wirklich alltäglich und wird in den Straßen von London zur Erkennung von Autokennzeichen in der mautpflichtigen Zone verwendet!

Gebrauchsanweisung

Magie

Diese Broschüre enthält eine Reihe von Kartentricks. Jeder Trick wird in zwei Teilen vorgestellt. Zunächst werden wir den Trick so ausführlich beschreiben, dass Sie ihn mit ein wenig Übung selbst ausführen können. Dieser erste Teil ist in drei Abschnitte unterteilt. Als erstes beschreiben wir, welchen Effekt Sie erreichen wollen. Dann werden wir ausführlich die Bestandteile des Tricks erläutern, sowie die Arbeitsschritte, die sicherstellen, dass der Trick funktioniert. Zu guter Letzt beinhaltet jeder Trick einen Abschnitt zur Präsentation. Wir stellen Ihnen Präsentationsalternativen des Tricks vor, welche Ihnen helfen, den alles entscheidenden „Wow“ Faktor zu erreichen. Sobald Sie den Kern des Tricks kennen, können Sie mit Ihren eigenen Variationen experimentieren.

Informatik

Alle Tricks sind mit Informatik verknüpft, wenn auch nicht so offensichtlich wie bei Penn und Teller, deren Trick durch den Einsatz cleverer Technologie möglich gemacht wurde. Die Verbindung dringt bis in die Grundsätze der Informatik vor, und führt über die moderne Technologie hinaus. Der zweite Teil jedes Tricks beschreibt diese Verbindung zur Informatik. Wir hoffen, dass Sie die Wissenschaft und Mathematik ebenso faszinierend finden, wie die Zaubertricks.

Halten Sie sich an den Kodex der Magier

Einige der beschriebenen Zaubertricks werden tatsächlich in den Shows professioneller Magier verwendet. Wir stellen sie hier für Bildungs- und

Unterhaltungszwecke vor. Falls Sie die Tricks später für Freunde aufführen sollten, brechen Sie dabei nicht den Kodex der Magier. Verraten Sie Ihrem Publikum niemals das Geheimnis eines Tricks.

Bewahren Sie die Geheimnisse

Präsentation ist alles

Bewahren Sie die Geheimnisse, aber denken Sie auch daran, dass in der Magie die Präsentation ebenso wichtig ist, wie das Geheimnis. Letztlich ist es die Wirkung auf Ihr Publikum, die zählt. Ein Trick, der letzte Woche noch kaum Wirkung zeigte, kann plötzlich das Publikum in Staunen versetzen, wenn er ein wenig besser präsentiert wird.

Wir werden sehen, dass Computerprogrammierung der Zauberei in diesem Aspekt sehr ähnlich ist. Computerprogramme verbinden den Code, mit dem sie arbeiten (das Geheimnis) mit einer Benutzungsoberfläche (die Präsentation des Magiers), durch die der menschliche Nutzer mit dem Programm kommuniziert. Genau wie beim Zaubertrick, kann das gleiche Programm mittels der richtigen Bedienoberfläche von nutzlosem Müll in einen Bestseller verwandelt werden. Der Ipod ist ein gutes Beispiel dafür, wie eine revolutionäre Bedienoberfläche die Verkaufszahlen beeinflussen kann. Auch herausragende Zauberei beruht häufig auf der Art und Weise der Präsentation.



Der 21-Karten Trick

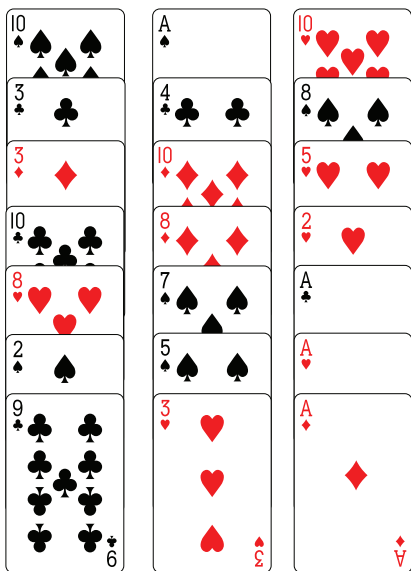
Wie Sie Gedanken
lesen können

Der 21-Karten Trick Wie Sie Gedanken lesen können

Der magische Effekt

Ein Freiwilliger mischt einen Satz Karten. Sie teilen die Karten einzeln aus, von links nach rechts, in drei Spalten mit je sieben Karten, alle mit der Bildseite nach oben. Ihr Freiwilliger wählt in Gedanken eine Karte aus. Sie lesen seine Gedanken und sagen ihm an welche Karte er denkt...

Gedankenlesen ist natürlich nicht ganz einfach (außer ihr Freiwilliger ist ein klarer Denker mit dünnem Schädel), deshalb brauchen Sie sicher ein wenig Unterstützung.



Der 21 Karten Trick mit ausgelegten Karten

Ihr Freiwilliger darf Ihnen nicht sagen an welche Karte er denkt, aber lassen Sie ihn sagen in welcher Spalte sie liegt. Nehmen Sie die Karten auf und teilen Sie die Karten einzeln von links nach rechts in drei neue Spalten aus. Lassen Sie sich wieder sagen, in welcher Spalte die Karte ist, nehmen Sie die Karten auf und sagen Sie es wäre sehr schwer die Gedanken des Freiwilligen „zu lesen“. Legen Sie die Karten wieder in drei Spalten aus. Ihr Freiwilliger benennt die Spalte in der seine Karte liegt. Nehmen Sie die Karten auf und legen Sie sie ein letztes Mal in drei Spalten aus. Sie verkünden dabei sofort die gewählte Karte und wie von Zauberhand befindet sie sich genau in der Mitte der mittleren Spalte.

Die Funktionsweise

Sehen wir uns die Funktionsweise des Tricks an: wie genau funktioniert er? Die Karten werden mehrmals ausgegeben und dabei augenscheinlich jedes Mal gemischt, aber das passiert auf sehr clevere Weise. Tatsächlich ist es ziemlich einfach.

Sie müssen nur sicherstellen, dass Sie die Spalte mit der gewählten Karte beim Aufnehmen vorsichtig zwischen den beiden anderen Spalten platzieren und die Karten wie beschrieben wieder auslegen. Auf diese Weise ist die mittlere Karte in der mittleren Spalte nach dem vierten Legen die gewählte Karte und Sie können das nach Belieben bekannt geben.

Sollte Ihnen dieser Trick Schwierigkeiten bereiten, sehen Sie sich bitte die bebilderten Anweisungen auf unserer Internetseite an: www.cs4fn.org/mathemagic/magicshuffles/

Der 21-Karten Trick Wie Sie Gedanken lesen können

Die Präsentation

Für einen guten Trick ist die Präsentation sehr wichtig. Sie brauchen eine Story, damit die Vorstellung Spaß macht und auch, um vom eigentlichen Geschehen abzulenken. Sie können natürlich Ihre eigenen Ideen umsetzen, das Folgende ist nur unser Vorschlag.

Wenn Sie die Karten das erste Mal ausgegeben haben, sehen Sie dem Freiwilligen intensiv in die Augen, als versuchten Sie seine Gedanken zu lesen. Sagen Sie ihm er solle nicht grinsen, weil Grinsen den Gedankenaustausch stört. (Es wird ihm dann sicher schwerfallen nicht zu grinsen.) Sagen Sie, Sie müssten es noch einmal versuchen, weil zu viel gegrinst wurde. Wenn Sie das zweite Mal geben, versuchen Sie,

die Gedanken des Freiwilligen von dessen Hinterkopf abzulesen. Schließlich ist, so erklären Sie, die Vorderseite des Schädels zum Schutz des Gehirns am dicksten. Weisen Sie das Publikum darauf hin nicht zu lachen ... Beschweren Sie sich, dass Sie die Gedanken des Freiwilligen nicht lesen können, weil der sich nur darauf konzentriert nicht zu lachen, statt an die Karte zu denken! Sie müssen die Karten erneut geben. Versuchen Sie es diesmal mit den Ohren des Freiwilligen. Starren Sie konzentriert darauf und Sie können zumindest die Farbe herausfinden. Nur noch einmal geben und Sie werden die Karte finden. Kontrollieren Sie das andere Ohr um sicherzustellen, dass es genauso aussieht, wie das Erste. Drehen Sie langsam die Karten um, die der Freiwillige nicht ausgesucht hat, mehrere zugleich (vielleicht machen Sie hier einen Fehler, indem Sie die mittlere Reihe umdrehen und korrigieren sich dann). Endlich ist die gewählte Karte dann die Einzige mit dem Bild nach oben.

Lieblingsfilme

Prestige - Meister der Magie ist ein großartiger, Oscar-nominierter Film über die Rivalität von professionellen Magiern, Wissenschaft und vielleicht (?) übernatürlichen Kräften.



Magie und Computer Entwickeln Sie Ihren eigenen Algorithmus

Sobald Sie den Mechanismus des Tricks, und wie er funktioniert, verstanden haben, können Sie Ihre eigenen Ideen einbringen. Die Reihenfolge der Karten in der Spalte mit der gewählten Karte darf nicht verändert werden, aber die anderen beiden Spalten können gemischt werden, bevor Sie diese zusammenlegen. Solange die gewählte Spalte nicht verändert wird, können die sieben Karten in den beiden anderen Spalten in beliebiger Reihenfolge vorkommen. Jetzt, da Sie wissen, wie's gemacht wird, möchten Sie vielleicht Ihre eigenen unerwarteten Wendungen in die Präsentation einbauen.



Die Magier

Persi Diaconis war ein professioneller Magier, aber seine Leidenschaft für die Entlarvung betrügerischer Casinospiele, führte ihn zur höheren Mathematik. Er ist jetzt Professor der Mathematik und Statistik in Stanford und untersucht die Zufälligkeit bei Ereignissen wie Münzen werfen oder Karten mischen. Zusammen mit seinem Mathematik-Kollegen David Bayer hat er bewiesen, dass man ein Kartenspiel siebenmal mischen muss, damit die Karten tatsächlich in zufälliger Reihenfolge vorkommen.



Die Informatik

Der 21-Karten Trick: Die Informatik

Schritt für Schritt

Ein Zaubertrick muss immer funktionieren. Selbst wenn der Trick 99 mal klappt, wie können Sie sicher sein, dass das eine Mal, wenn Sie einen Freund beeindrucken wollen oder vor großem Publikum auftreten, nicht das eine Mal ist, bei dem der Trick nicht funktioniert? Man weiß ja, wie das mit dem Glück funktioniert!

Für einige Tricks brauchen Sie Fingerfertigkeit. Unsere Lieblingstricks funktionieren immer. Informatiker nennen sie „algorithmisch“. Unter einem Algorithmus versteht man eine genau definierte Handlungsvorschrift zur garantierten (!) Lösung eines Problems.

Die Schritte für den 21-Karten Trick sind Teil einer solchen Handlungsvorschrift. Sie sind den Arbeitsschritten in Softwareprogrammen, welche ein Computer befolgt, sehr ähnlich. Computer arbeiten aufgrund von Arbeitsanweisungen. Sie folgen Algorithmen, die von Programmierern ausgearbeitet worden sind. Die Grundidee dabei ist, dass Computer, wenn sie diesen Algorithmen folgen, ihre Aufgaben immer erfüllen, sei es, dass sie Schach spielen, Emails versenden oder Flugzeuge fliegen. Jedes Computerprogramm, das Sie jemals benutzt haben, arbeitet auf dieselbe Weise wie ein übergroßer Zaubertrick.

Sofern der Algorithmus korrekt ist, erhalten Sie, wenn Sie den Arbeitsschritten genau folgen, immer dasselbe Ergebnis. Doch was, wenn der Algorithmus falsch ist? Sind wir uns wirklich sicher, dass unser Trick immer funktioniert, egal was passiert?

Testphase

Wie können wir sicherstellen, dass der Algorithmus korrekt ist und unser Trick funktioniert? Nun, wir könnten den Trick immer wieder ausprobieren und kontrollieren, ob er jedes Mal funktioniert. Informatiker nennen das „testen“. Auf diese Weise stellen Programmierer sicher, dass ihre Programme richtig arbeiten. Sie lassen das Programm immer wieder mit verschiedenen Daten laufen. Ist das aber genug, um sicher zu sein?

Wie oft müssten wir den Zaubertrick probieren, damit wir uns sicher sein können? Wir müssten jeden möglichen Stapel mit 21 Karten ausprobieren, mit jeder möglichen Ausgangsposition und dabei jede mögliche Karte als die ausgewählte Karte betrachten, um wirklich sicher sein zu können.

Versuchen Sie das mal... Wie viele Versuche haben Sie gemacht, ehe Ihnen langweilig wurde? Es sind sehr viele Kombinationen möglich... zu viele um alle auszuprobieren. Das würde viel zu lange dauern. Genauso ist es auch unpraktisch Computerprogramme ausgiebig zu testen. Schließlich sind die meisten Computerprogramme wesentlich komplexer als dieser einfache Zaubertrick. Also werden in der zur Verfügung stehenden Zeit so viele Kombinationen wie möglich getestet. Wenn all diese Kombinationen funktionieren, nimmt der Programmierer an, dass auch die anderen Möglichkeiten, die er nicht ausprobieren konnte, funktionieren (und hofft das Beste!)

Das ist auch der Grund für die häufigen Fehler in Programmen. Zu viel Hoffnung und zu wenige Tests!

Der 21-Karten-Trick: Die Informatik

Es muss eine bessere Methode geben!

Vielleicht können wir ein bisschen schlauer sein und eine Reihe kürzerer Tests ausarbeiten, mit denen wir trotzdem herausfinden können, ob unser Trick immer funktioniert. Wenn man darüber nachdenkt, wird klar, dass es ganz egal ist, welche Karten involviert sind. Entscheidend sind nur die 21 Ausgangspositionen. Wenn sich eine Karte nach dem Test in der Mitte wieder findet, können wir argumentieren, dass, sofern unser Freiwilliger die Karte in dieser Position wählt, diese dann immer in der Mitte endet. Damit reduziert sich die Testzahl auf 21: Je ein Test für jede Ausgangsposition. Programmierer argumentieren ähnlich, um die Anzahl von Tests zu reduzieren, indem sie ihr Wissen über den Programmaufbau anwenden.

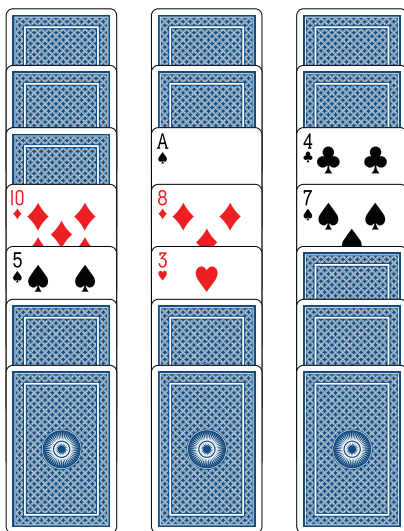
Beweisen Sie es!

Wir können sogar einen Schritt weiter gehen und mit noch mehr Nachdenken beweisen, dass der Trick immer funktioniert. Sofern der Beweis keine Fehler aufweist, können wir damit belegen, dass der Trick (oder das Programm) in jeglicher Kombination funktioniert... und müssen keine davon ausprobieren. Es ist aber trotzdem eine gute Idee, einige Tests durchzuführen. Vielleicht ist der Beweis ja selbst fehlerhaft!

Es läuft auf die Tatsache hinaus, dass wenn die gewählte Spalte zwischen die beiden anderen gelegt wird, die gewählte Karte sich beim erneuten Geben an einer bestimmten Stelle befindet. Aber der Reihe nach:

Nach dem ersten Geben: Die Karten sind erstmals in drei Spalten aufgeteilt worden und die Spalte

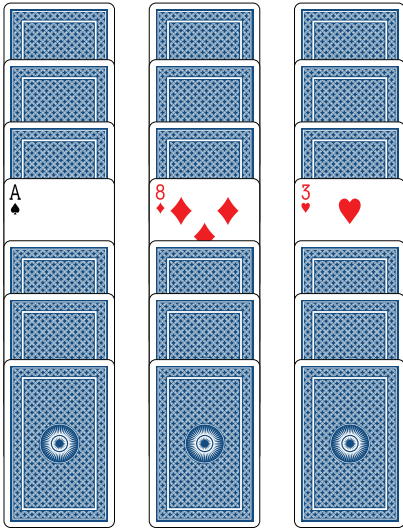
mit der gewählten Karte wurde zwischen die beiden anderen gelegt. Die gewählte Karte kann sich damit nur an einer von sieben Stellen befinden.



Nach dem zweiten Geben

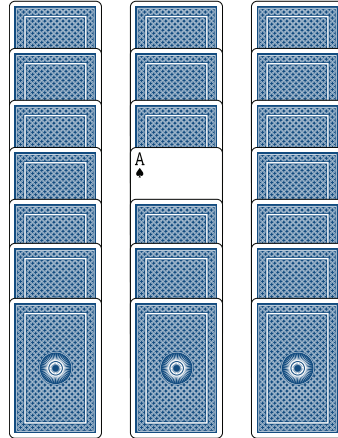
Sie legen die Karten in drei neuen Spalten aus. Wo befinden sich die sieben Karten aus der mittleren Spalte? Irgendwo? Nein. Die sieben möglichen Positionen sind: die vierte und fünfte Karte in der ersten Spalte; die dritte, vierte und fünfte Karte in der mittleren Spalte und die dritte und vierte Karte in der letzten Spalte. In jeder Spalte sind es die mittleren Karten (obige Abbildung). Der Freiwillige benennt wieder die richtige Spalte und Sie packen diese zwischen die beiden anderen. Die gewählte Karte ist also an dritter, vierter oder fünfter Stelle in der mittleren Spalte. Damit kann sie am Ende nur noch an einer von drei Stellen liegen.

Nach dem dritten Geben



Sie geben erneut. Dieses Mal muss die gewählte Karte die vierte mittlere Karte in der linken, mittleren oder rechten Spalte sein. Warum? Es gibt nur drei mögliche Positionen und jede davon wird beim Austeilen in der Mitte der jeweiligen Spalte ausgelegt. Tatsächlich findet sich die gewählte Karte in 40% der Fälle in der mittleren Spalte (Wissen Sie warum?). Sie können also an dieser Stelle gut raten wenn Sie wollen. Sobald der Freiwillige auf die richtige Spalte zeigt, wissen Sie genau, welches die gewählte Karte ist.

Nach dem vierten Geben



Mit dem vierten Geben erscheint die gewählte Karte in der Mitte der mittleren Spalte...ein netter Effekt.

Die Korrektheit des Algorithmus

Wir haben soeben überzeugend (so hoffen wir jedenfalls) dargelegt, dass der Trick oder Algorithmus immer funktioniert. Mathematische Beweise sind überzeugende Argumente, die keinen Platz für Zweifel lassen, wenn man den Anweisungen strikt folgt. In diesem Fall haben wir nur bewiesen, dass der Trick funktioniert, und wie wir gesehen haben, sind die Instruktionen für den Trick eine Art von Algorithmus, genau wie ein Computerprogramm. Es ist sehr wichtig, dass Programme ebenfalls immer funktionieren. Deshalb können wir ähnliche Beweise für die Algorithmen hinter Programmen konstruieren. Mathematische Beweise sind nur eine der Methoden, die Informatiker entwickelt haben, um Fehler in Programmen festzustellen. Sie werden auch angewandt, um Defekte in Computerhardware zu finden.



Perfektes Mischen

Wie Sie eine Karte wie von
Zauberhand an einer Stelle
Ihrer Wahl erscheinen lassen

Perfektes Mischen: Wie Sie eine Karte wie von Zauberhand an einer Stelle Ihrer Wahl erscheinen lassen

Der magische Effekt

Mit der gleichen Zauberkunst, mit der wir Karten auf bestimmte Weise mischen, um Tricks wie den 21-Karten Trick vorzuführen, können wir auch Computer bauen. Magier wollen Karten effektiv bewegen und Computer wollen Daten in ihrem Speicher effektiv bewegen.

Beim perfekten Mischen teilt der Magier das Kartenspiel genau in zwei Hälften und mischt diese dann, indem er eine Karte nach der anderen ineinander fächert. Dafür braucht man jahrelange Übung, aber es sieht beeindruckend aus. Es gibt zwei Arten des perfekten Mischens. Beim Mischen nach außen bleibt die oberste Karte an derselben Stelle. Beim Mischen nach innen bewegt sich die oberste Karte zur zweiten Stelle im Stapel. Magier wissen, dass achtmaliges perfektes Mischen nach außen einen Kartenstapel wieder in die ursprüngliche Reihenfolge bringt! Es sieht aus, als wären die Karten gut durchgemischt worden, doch das ist nicht der Fall.



111011001111001100101110110011010101011100111100110

Die Informatik

Perfektes Mischen: Die Informatik

Brent Morris: Magier und Informatiker

Der Informatiker Brent Morris war von Magie fasziniert. Das perfekte Mischen hatte es ihm besonders angetan und er hat sich mehr als 30 Jahre lang mit der Mathematik, die dahinter steckt, beschäftigt; mit erstaunlichen Ergebnissen. Er erhielt seinen Dokortitel in Mathematik von der Duke Universität und einen Magister in Informatik von der Johns Hopkins Universität in den Vereinigten Staaten. Man kann wohl davon ausgehen, dass er den einzigen Dokortitel im Kartenmischen hat. Er hat außerdem zwei US-Patente für Computer, die mittels Mischen entwickelt wurden, und hat ein Buch mit dem Titel *Magic Tricks, Card Shuffling, and Dynamic Computer Memories...* zu diesem Thema geschrieben. Aber woher kommt ein so großes Interesse am perfekten Mischen?

Binärverschiebung ist wie Magie

Durch perfektes Mischen lässt sich die oberste Karte zu jeder beliebigen Stelle im Stapel verschieben. Dabei verwendet man ein wenig Mathematik: sogenannte Dualzahlen. Nehmen wir an, Sie wollen die oberste Karte (Position 0) an die

6. Stelle verschieben. Sechs binär ausgedrückt ist 110 ($1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$). Lesen Sie nun die Nullen und Einsen von links nach rechts: 1:1:0. Dann arbeiten Sie die Einsen und Nullen nacheinander ab: für eine Null mischen Sie nach außen, für eine Eins nach innen. In diesem Fall heißt das:

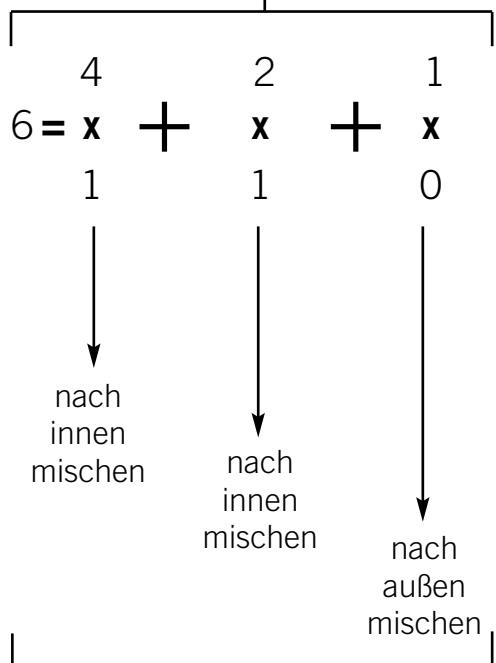
1: nach innen mischen

1: noch mal nach innen mischen

0: nach außen mischen.

Wie von Zauberhand (sofern Sie das perfekte Mischen beherrschen) wird die oberste Karte nun an 6. Stelle sein. Das funktioniert natürlich mit jeder Zahl, nicht nur mit der 6. Was hat das mit dem Aufbau von Computern zu tun? Mit derselben Methode lassen sich Daten im Speicher von Computern effektiv bewegen. Das hat Brent Morris herausgefunden und sich patentieren lassen.

Ich will die Karte an 6. Stelle



Meine Karte ist jetzt an 6. Stelle



Das Gedankenkontroll- Experiment:

Wie Sie Karten durch die Kraft Ihrer
Gedanken kontrollieren

Das Gedankenkontroll-Experiment: Wie Sie Karten durch die Kraft Ihrer Gedanken kontrollieren

Der magische Effekt

Nehmen Sie einen Kartenstapel und mischen Sie ihn gut durch. Breiten Sie die Karten mit der Bildseite nach unten auf dem Tisch aus. Denken Sie nun an die Farbe ROT und nehmen Sie acht Karten auf, denken Sie dann an die Farbe SCHWARZ und nehmen Sie sieben weitere Karten auf. Dann denken Sie wieder an ROT und suchen sechs weitere Karten aus und zum Schluss denken Sie SCHWARZ und nehmen fünf Karten auf.

Mischen Sie die Karten, die Sie so ausgesucht haben, gut durch und drehen Sie den Stapel dann um, Bildseite nach oben. Nehmen Sie die verbleibenden Karten auf, mischen Sie sie und breiten sie dann mit der Bildseite nach unten aus.

Nun geht es mit der Gedankenkontrolle los. Konzentrieren Sie sich. Sie werden nun die Karten, die Sie ausgesucht haben (welche nun mit der Bildseite nach oben liegen) in zwei Stapel teilen: einen ROTEN und einen SCHWARZEN.

Nehmen Sie die Karten, mit der Bildseite nach oben, eine nach anderen auf. Ist die Karte ROT, legen Sie sie auf den ROT Stapel. Für jede ROTE Karte, die Sie auf den ROTEN Stapel packen, denken Sie ROT und nehmen eine Karte vom Stapel mit der Bildseite nach unten auf. Packen Sie diese, ohne die Karte anzusehen, mit der Bildseite nach unten auf einen neuen Stapel vor den ROTEN Stapel.

Genauso verfahren Sie, wenn die Karte SCHWARZ ist, legen Sie die Karte mit der Bildseite nach oben auf den SCHWARZ Stapel, denken SCHWARZ und nehmen eine beliebige Karte vom Stapel mit der Bildseite nach unten. Legen Sie diesen immer noch mit der Bildseite nach unten auf einen extra Stapel vor den SCHWARZEN Stapel. Wiederholen Sie diese Prozedur bis Sie keine Karten mit der Bildseite nach oben übrig haben.

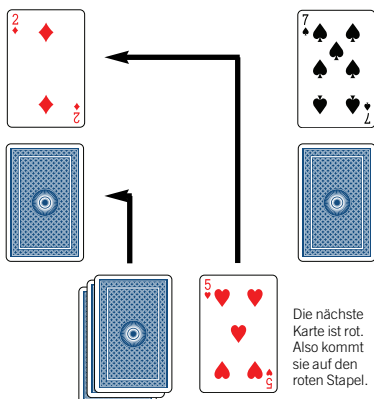
Das Experiment bis jetzt

Vor Ihnen befindet sich nun ein ROTER Stapel und davor eine gleiche Anzahl Karten aus dem Stapel mit der Bildseite nach unten, welche Sie ausgesucht haben, während Sie ROT dachten. Sie haben außerdem einen SCHWARZEN Stapel und davor einen Stapel zufällig gewählter Karten, die Sie ausgesucht haben, während Sie SCHWARZ dachten.

Interessanterweise haben Ihre Gedanken die Auswahl der Karten beeinflusst! Sie glauben mir nicht? Sehen Sie sich den Stapel zufällig gewählter Karten an, den Sie vor den ROTEN Stapel gelegt haben. Zählen Sie die ROTEN Karten in dem Stapel. Sehen Sie sich nun den Stapel zufällig gewählter Karten, den Sie vor den SCHWARZEN Stapel gelegt haben und zählen Sie die SCHWARZEN Karten. Sie haben ganz zufällig dieselbe Anzahl von ROTEN und SCHWARZEN Karten gewählt!

Eine Karte mehr oder weniger und der Trick klappt nicht! Das ist der endgültige Beweis, dass Ihr Unterbewusstsein Sie die Karten so aussuchen lässt, dass die Anzahl zufällig ausgeglichen ist! ... Oder etwa nicht?

Gibt es Gedankenkontrolle wirklich? Glauben Sie jetzt an Hokuspokus? Oder suchen Sie stattdessen nach einer wissenschaftlichen Erklärung?





Die Informatik

Das Gedankenkontroll-Experiment: Die Informatik

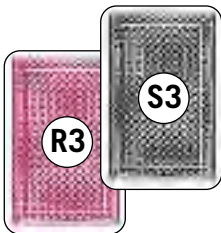
Natürlich ist es keine Gedankenkontrolle. Es ist Mathematik, aber das wussten Sie schon, oder? Dachte ich mir. Aber wie funktioniert dieses Wunder des Gedankenlesens? Nun, es handelt sich dabei um „Abrakadabra“ Algebra. Algebra ist ein, für Informatiker sehr wichtiges, Teilgebiet der Mathematik. .

Der Aufbau - schauen wir uns die Algebra an

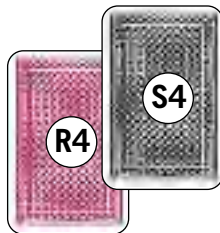
Stapel 1 (ROT)



Stapel 2 (SCHWARZ)



Stapel 3



Stapel 4

Stapel 1 hat R1 rote Karten und sonst nichts.
Stapel 2 hat S2 schwarze Karten und sonst nichts.
Stapel 3 hat R3 rote Karten und S3 schwarze Karten.
Stapel 4 hat R4 rote Karten und S4 schwarze Karten

Nennen wir die Gruppe von Karten auf den beiden Stapeln R1, für den roten Stapel (Stapel 1) und S2, für den schwarzen Stapel (Stapel 2) siehe Abbildung. Die beiden anderen Stapel davor sind zusammengesetzt aus einer zufälligen Anzahl roter und schwarzer Karten. Sagen wir also, dass der Stapel vor R1 (Stapel 3) R3 rote Karten und S3 schwarze Karten beinhaltet und der Stapel vor S2 (Stapel 4) R4 rote Karten und S4 schwarze Karten beinhaltet.

Was machen wir jetzt?

Unsere erste Aufgabe besteht darin auszuarbeiten, was wir tatsächlich wissen und dieses Wissen in einer mathematischen Gleichung für den Trick auszudrücken.

Im ersten Teil dieses Tricks haben wir Sie gebeten, den Kartenstapel zu halbieren. Das könnte Ihnen entgangen sein, aber $8+7+6+5=26$.

Außerdem wissen wir, dass in einem vollständigen Satz von 52 Karten die Hälfte (26) rot und die andere Hälfte schwarz sind. Wir haben also je 26 rote und schwarze Karten. Das können wir in einer Gleichung ausdrücken, indem wir in einer Gleichung ausdrücken, indem wir R1, R3 und R4 für die verschiedenen Stapel roter Karten verwenden und das ebenso für die schwarzen Karten tun. Wir müssen die Variablen verwenden, weil wir die genaue Anzahl nicht kennen.

$$\mathbf{R1 + R3 + R4 = 26}$$

Gleichung (1)

$$\mathbf{S2 + S3 + S4 = 26}$$

Gleichung (2)

Das Gedankenkontroll-Experiment: Die Informatik

Wir wissen auch, dass die Anzahl der Karten im ROTEN Stapel 1 (R1) gleich der Anzahl der Karten in Stapel 3 (bestehend aus R3 roten Karten und S3 schwarzen Karten) ist. Somit muss $R3 + S3$ zusammen R1 ergeben. Ähnlich gilt das für den Kartenstapel vor dem SCHWARZEN Stapel (Stapel 2 und Stapel 4). Wir haben also zwei weitere Gleichungen:

$$R1 = R3 + S3$$

Gleichung (3)

$$S2 = R4 + S4$$

Gleichung (4)

Wir können diese Gleichungen nun zusammenfassen, indem wir Teile mit gleichem Wert untereinander austauschen. Als Erstes wissen wir aus Gleichung 3, dass R1 dasselbe ist wie $R3 + S3$ und können R1 in Gleichung 1 durch $R3 + S3$ ersetzen:

$$(R3 + S3) + R3 + R4 = 26$$

Gleichung (5)

Genauso können wir in Gleichung 2 S2 durch die rechte Seite von Gleichung 4 ersetzen und erhalten

$$(R4 + S4) + S3 + S4 = 26$$

Gleichung (6)

Da sowohl bei Gleichung 5 als auch bei Gleichung 6 auf der rechten Seite 26 steht, können wir diese zusammenfassen zu

$$(R3 + S3) + R3 + R4 = 26 = (R4 + S4) + S3 + S4$$

Dies lässt sich noch weiter vereinfachen, indem wir gleiche Variablen zusammenfassen.

$$2xR3 + S3 + R4 = R4 + 2xS4 + S3$$

Des Weiteren können wir R4 und S3 von beiden subtrahieren. Da wir auf beiden Seiten dieselbe Rechnung ausführen, bleiben die beiden Seiten im Ergebnis gleich:

$$2 \times R3 = 2 \times S4$$

Zum Schluss teilen wir beide Seiten durch 2 und erhalten:

$$R3 = S4$$

Zurück zur Realität

Wofür stehen doch gleich R3 und S4? Für die Anzahl von Karten einer bestimmten Farbe in den Stapeln mit der Bildseite nach unten.

Mathematik zeigt uns, dass die Anzahl der ROTEN Karten (R3) in Stapel 3, der sich vor dem ROTEN Stapel befindet, IMMER gleich der Anzahl von SCHWARZEN Karten (S4) in Stapel 4, der sich vor dem SCHWARZEN Stapel befindet, ist.

So wird gezaubert. Mit Mathe.





Algebra als magischer Selbstläufer

Algebra beweist, dass die Zahlen stets gleich sind. Solange Sie den Arbeitsschritten für den Trick (dem Algorithmus) folgen, wird er immer funktionieren. Der Rest ist Präsentation ... aber erzählen Sie niemandem wie der Trick funktioniert!

Mittels Algebra können wir erneut beweisen, dass Computerprogramme immer tun, was sie sollen, indem ein Problem in ein **Abstraktum** umgewandelt wird. Ein Abstraktum verwendet Variablen wie zum Beispiel R1 anstelle der konkreten Anzahl von Karten, beispielsweise 12, genau wie wir das gerade getan haben. Programmiersprachen verwenden verschiedene Abstrakta, was das Schreiben von Programmen erleichtert.

Durch die Beweisführung in Algebra können wir sicher sein, dass unser Trick jedes Mal von selbst funktioniert, ohne dass wir jeden möglichen Kartenstapel ausprobieren müssen, genauso wie wir das für den 21-Karten Trick getan haben. Wenn wir uns nicht blamieren wollen, muss der Trick wirklich 100 Prozent funktionieren, nicht nur 99 Prozent.

Was wäre zum Beispiel, wenn es nicht um einen Zaubertrick, sondern um ein Computerprogramm ginge, das den Landevorgang von Flugzeugen kontrolliert? Da will man schon sicher sein, dass das bei jeder Landung klappt, dass jedes Mal, wenn das Programm seinen Arbeitsanweisungen folgt, das Richtige passiert. Oder wie sieht es mit Ihrem MP3-Player aus? Auch das ist nur ein Computer, der durch Programme gesteuert

Training fürs Gehirn: Geschicklichkeit mit zweistelligen Zahlen

Jeder kann fix mit 10 multiplizieren. Man muss nur eine 0 an die Zahl anhängen. Doch die Überlegenheit Ihrer geistigen Superkräfte beweisen Sie, wenn Sie zweistellige Zahlen super schnell mit 11 multiplizieren können. Erweitern Sie Ihre Vorstellungskraft und trainieren Sie ihre Geschicklichkeit mit zweistelligen Zahlen auf **www.cs4fn.org/mathemagic/** und fordern Sie dann ihre Freunde heraus.

wird. Es wäre nicht gut genug, wenn der nur zu 99% richtig arbeiten würde.

Wären Sie zufrieden, wenn er jedes hundertste Lied nicht spielen würde?

Mit ähnlichen Abstrakta und Algebra können wir auch beweisen, dass Programme richtig arbeiten. Mathematische Beweisführung ist der Kern der Computerwissenschaft und wird in Zukunft eine noch wichtigere Rolle dabei spielen, sichere Computersysteme zu entwickeln; Systeme, denen man vertrauen kann.



Die ausser- körperliche Erfahrung

Wie Sie Ihren Körper verlassen
können um das Geschehen
zu beobachten

Die ausserkörperliche Erfahrung: Wie Sie Ihren Körper verlassen können um das Geschehen zu beobachten

Der magische Effekt

Mit verbundenen Augen stehen Sie im hinteren Teil des Raumes mit dem Rücken zum Geschehen. Ihr Geist verlässt Ihren Körper und schwebt an die Decke, so dass Sie von oben zusehen können.

In der Zwischenzeit mischt Ihr Assistent einen Kartenstapel. Freiwillige aus dem Publikum wählen Karten und platzieren diese willkürlich mit der Bildseite nach oben oder unten in einem 4 x 4 Raster. Ihr Assistent legt noch ein paar Karten dazu, um den Schwierigkeitsgrad zu

erhöhen. All das gibt Ihrem Geist was zu tun. Ein weiterer Freiwilliger wählt eine Karte aus dem Raster und dreht sie um. Niemand spricht. Ihre Augen sind noch immer verbunden. Nur wenn Ihr Geist tatsächlich über allem schwebt und das Geschehen beobachtet, können Sie wissen, welche Karte umgedreht wurde.

Ihnen wird gesagt, dass Sie in Ihren Körper zurückkehren können, was Sie prompt tun. Ein wenig benommen, gehen Sie sofort zu den Karten und zeigen auf die Karte, die umgedreht wurde!



Die ausserkörperliche Erfahrung: Wie Sie Ihren Körper verlassen können um das Geschehen zu beobachten

Der Aufbau

Dieser Trick ist eine aufgebauschte Variante des Tricks, den der neuseeländische Informatiker Tim Bell erfunden hat. Sehen Sie sich die Abbildungen an. Vielleicht wissen Sie dann schon, wie der Trick funktioniert.

Der Assistent legt je eine weitere Reihe (horizontal) und Spalte (vertikal) dazu, aber das passiert nicht zufällig. Ebenso wenig erhöht das den Schwierigkeitsgrad, es macht die Sache leichter. Der Assistent zählt, wie viele Karten in der horizontalen Reihe mit der Bildseite nach unten liegen. Wenn das eine ungerade Zahl ist, legt er die neue Karte mit der Bildseite nach unten dazu. Mit der neuen Karte ist die Anzahl der nach unten liegenden Karten eine gerade Zahl.

Weiter mit der nächsten horizontalen Reihe. Ist die Anzahl der Karten mit der Bildseite nach unten eine gerade Zahl, legt er eine Karte mit der Bildseite nach oben dazu, so dass die Anzahl der nach unten liegenden Karten noch immer gerade ist. Sollte natürlich die Reihe eine ungerade Anzahl nach unten liegender Karten haben (also 1 oder 3) legt er die neue Karte auch mit der Bildseite nach unten, damit es eine gerade Anzahl ist: 2 oder 4. Dasselbe wird für alle Reihen und anschließend auch für alle Spalten gemacht. Die Extrakarte stellt sicher, dass in jeder horizontalen wie auch in jeder vertikalen Reihe eine gerade Anzahl von Kartenrücken zu sehen ist. Abschließend wird die Karte unten rechts an das Raster gelegt, so dass auch die zusätzliche fünfte Reihe eine gerade Anzahl von Kartenrücken zeigt.



a) Das 4 x 4 Raster beliebiger Karten, ausgewählt vom Publikum.



b) Ihr Assistent legt je eine horizontale Reihe und eine vertikale Spalte dazu, um den Schwierigkeitsgrad zu erhöhen.

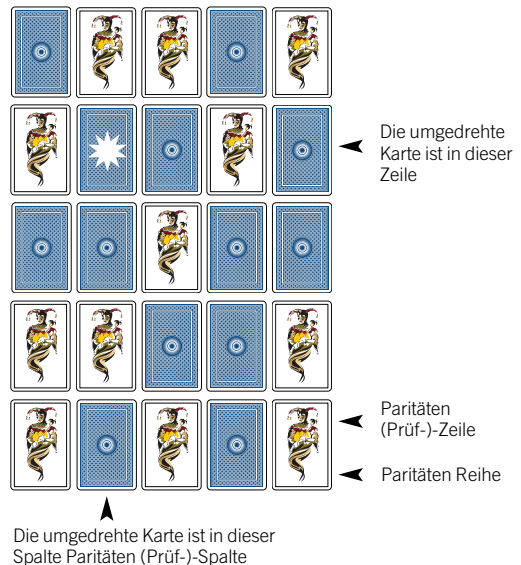
Die Veränderung entdecken

Es braucht keine mystischen Fähigkeiten, um die Veränderung zu entdecken. Bleiben Sie einfach im Hintergrund und ignorieren Sie was vor sich geht.

Eine der Karten wurde umgedreht ohne dass Sie das gesehen haben, und es gilt herauszufinden welche. Die Abbildung rechts zeigt wie das geht. Sehen Sie sich die Karten an. Fangen Sie mit der obersten Reihe an und gehen Sie dann Zeile für Zeile weiter. Die Extrakarte dient dazu sicherzustellen, dass die Anzahl der Kartenrücken eine **GERADE** Zahl ist. In einer der Zeilen werden Sie eine **UNGERADE** Anzahl von Kartenrücken finden. Die umgedrehte Karte ist also in dieser Zeile. Aber welche genau?

Sie gehen nun die Spalten von links nach rechts durch und suchen nach der Spalte mit der **UNGERADEN** Anzahl von Kartenrücken. Das ist die Spalte mit der umgedrehten Karte. So haben Sie nun die horizontale und die vertikale Position der umgedrehten Karte ermittelt und können auf spektakuläre Weise verkünden, welche Karte es ist.

Sie können natürlich mehr Karten verwenden. Es dauert dann nur länger diese auszulegen, und dann durchzugehen, um die richtige Zeile und Spalte zu finden.



Die umgedrehte Karte ist in dieser Spalte Paritäten (Prüf-)Spalte

Finden Sie die umgedrehte Karte mittels der Paritäten-Reihen

Die Präsentation

Die Präsentation kann eine Menge Spaß machen. Lassen Sie das Publikum kontrollieren, ob Ihre Augen wirklich verbunden sind und Sie nichts sehen. Bitten Sie jemanden auf Ihren Körper aufzupassen. Stolpern Sie gegen die Wand, wenn Sie in Ihren Körper „zurückkehren“, so als wären Sie zu schnell in Ihren Körper gehuscht. Da Sie mit dem Kopf nach unten an der Decke hängen, sind Sie natürlich etwas benommen, wenn Sie wieder in Ihrem Körper sind. Schwanken Sie also ein wenig hin und her. Sie können auch so tun, als ob es Ihnen schwer fällt zu bestimmen, wie genau das Kartenraster von der Decke aus zu sehen war. Tun Sie so, als versuchten Sie, die richtige Ausrichtung des Kartenrasters herauszufinden - vielleicht lehnen Sie dazu den Kopf zur Seite. Die Möglichkeiten sind endlos.



Die Informatik

Die Ausserkörperliche Erfahrung: Die Informatik

Feststellung von Datenfehlern mittels Paritäten (Prüfsummen)

Was hat dieser Trick mit Informatik zu tun? In der Abbildung mit der zusätzlichen horizontalen Zeile und vertikalen Spalte sind diese mit dem Fachbegriff „**Paritäten**“-Reihe bezeichnet (Parität bedeutet Gleichwertigkeit). Statt also an Kartenrücken und Bildseite zu denken, benutzen wir die Zahlen 1 und 0. Ihr Kartenstapel könnte ebenso gut einen Abschnitt aus einer Computerdatei repräsentieren, in dem die Daten in Einsen und Nullen kodiert sind (man nennt das „**Binäre Einheiten**“ oder **Bits**).

Die Daten, die in Computernetzwerken versendet werden, sind einfach eine Reihe von Einsen und Nullen (also **Bits**) in Blöcken zusammengefasst. Das Problem dabei ist, dass die reale Welt sehr chaotisch ist. Signale können auf vielfache Weise gestört werden: kosmische Strahlung, Radiowellen, in der Nähe gelegene elektrische Leitungen und dergleichen, können Teile der Information verändern. Daten können leicht verfälscht werden, während sie durch das Netzwerk geleitet werden. Eine einzige Veränderung kann dabei die gesamte Nachricht zerstören.



Die Ausserkörperliche Wahrnehmung: Die Informatik

Um sicherzustellen, dass wirklich alle Daten am anderen Ende ankommen, wenn sie durch ein Netzwerk verschickt werden, und das möglichst ohne dabei durcheinander zu geraten, kamen Informatiker und Ingenieure auf die Idee Paritätseinheiten (Prüfsummen) in jeden Datenblock einzubauen. Genauso wie Sie für Ihren Trick zusätzliche Kartenreihen hinzufügen.

Nehmen wir an, Sie wollen eine Nachricht verschicken, die aus den Zahlen 6, 13, 2 und 12 besteht. Diese lassen sich mittels eines Umrechnungscodes, der jeder Zahl eine bestimmte Sequenz von Einsen und Nullen zuordnet, in Binärzahlen umwandeln (siehe Seite 17). Unsere Zahlen werden als vier Ziffernblöcke dargestellt: 0110 1101 0010 1100. Statt sie einfach so zu verschicken, erhält jeder Block eine extra Paritätseinheit, ist damit also fünfstellig und am Ende steht ein extra Block als Paritätenreihe:

01101 11010 00100 11001 10101

Durch die Paritätseinheiten hat jeder Block nun eine gerade Anzahl von Nullen.

Wenn die Daten am anderen Ende ankommen, kann der Computer sehen ob ein Bit (im Trick die Karte) einen Fehler aufweist, sprich ob es eine 1 anstelle einer 0 zeigt oder umgekehrt.

Angenommen der Computer am anderen Ende erhält folgende Nachricht:

01101 10010 00100 11001 10101

Wenn wir die einzelnen Zifferngruppen in einem Rechteck anordnen, sehen wir, wo die Parität gestört ist. Die zweite Zeile und die zweite Spalte haben jetzt je drei Nullen, während der Rest eine gerade Anzahl aufweist:

01101 10010 00100 11001 10101

Auf die Schnelle: Wortgewandtheit

Für dieses Experiment brauchen wir ein zufällig gewähltes Wort, eines, das selbst Sie vorher nicht wissen konnten. Zu Beginn suchen Sie sich ein beliebiges Wort aus dem ersten Satz vom Abschnitt „Präsentation“ auf Seite 47 aus und zählen Sie die Buchstaben in dem Wort. Zählen Sie dann so viele Worte weiter wie das erste Wort Buchstaben hatte. Zählen Sie wieder die Buchstaben und gehen Sie so viele Worte weiter. Wiederholen Sie diese Prozedur, bis Sie bei einem Wort im zweiten Abschnitt angelangt sind. Das ist dann Ihr zufällig gewähltes Wort. Sie haben ein beliebiges Wort im ersten Satz zufällig gewählt und von da mit zufälligen Zahlen und zufälligen Worten weitergemacht. Wie konnten wir also wissen, dass Ihr Wort ein „magisches“ sein würde.



Genau so, wie Sie die umgedrehte Karte aufgespürt haben, können Sie Paritätseinheiten auch verwenden, um ein falsches Bit zu korrigieren. Gerade so, als würden Sie die umgedrehte Karte wieder in die Ausgangsposition bringen, sobald Sie wissen, welche Karte es ist. Wenn wir 0 als Kartenrücken und 1 als Bildseite behandeln, ist unser obiges Datenbeispiel genau dasselbe, wie der vorherige Kartentrick.

Der Trick hat also nichts damit zu tun, etwas zu wissen, indem Sie geistig an der Decke schweben (das haben Sie sicher erraten!). Er hat etwas mit Computern zu tun, die durch Mathematik wissen, dass sich etwas verändert hat.

Ohne Paritätseinheiten wären alle digitalen Daten, die überall auf der Welt übermittelt werden, voller Übertragungsfehler. Das schließt sämtliche Bits in digitalen Radios und Fernsehern, CDs und DVDs, Internetseiten und Emails mit ein. Wenn Sie also das nächste Mal kristallklare Bilder oder Töne genießen, denken Sie an den Zaubertrick, der dahinter steckt.



**Völlig
verrückte
Wahrsagerie:
Wie Sie in die Zukunft
sehen können**

Völlig verrückte Wahrsagerei: Wie Sie in die Zukunft sehen können

Der magische Effekt

Sie nehmen den Kartenstapel von Ihrem letzten Trick (vielleicht dem 21-Karten-Trick von Seite 6) wieder auf, nachdem Sie triumphierend die Karte, an die Ihr Freiwilliger gedacht hat, dem Publikum präsentiert haben. Nun zeigen Sie, dass Sie nicht nur Gedankenlesen, sondern auch in die Zukunft sehen können. Zunächst schreiben Sie Ihre Vorhersage auf einen Zettel, stecken den in einen Umschlag und kleben den Umschlag zu, ohne dass jemand Ihre Weissagung gesehen hat. Geben Sie den Umschlag einem Zuschauer, so dass jeder ihn sehen und er nicht während des Tricks geöffnet werden kann.

Als nächstes bitten Sie einen Zuschauer, etwa die Hälfte der Karten vom Stapel zu nehmen. Der Zuschauer bestimmt wie viele, er hat die freie Wahl. Der Zuschauer wird aus dem aufgenommenen Stapel eine Karte auswählen, aber selbst nicht wissen, welche Karte das sein wird. Er legt die erste Karte mit der Bildseite nach unten auf den verbleibenden Stapel, und die nächste Karte mit der Bildseite nach oben daneben auf den Tisch. Dann die nächste Karte mit der Bildseite nach unten auf den Stapel, die nächste mit der Bildseite nach oben daneben auf den Tisch, und so weiter. Sind alle Karten ausgeteilt, nimmt der Zuschauer den Stapel mit der Bildseite nach oben auf, dreht ihn um und fängt wieder an die erste Karte auf den verbleibenden Stapel mit dem Bild nach unten, die nächste mit dem Bild nach oben daneben auf den Tisch zu legen bis alle Karten ausgeteilt sind. Dann nimmt er wieder den Stapel mit der Bildseite nach oben auf und gibt die Karten erneut. Das geht so weiter, bis alle Karten auf dem Stapel und nur eine mit der Bildseite nach oben auf dem Tisch liegt.

Sie fassen für Ihr Publikum zusammen: eine zufällige Auswahl vom Originalstapel, wiederholtes Austeilen bis nur noch eine Karte aus dieser Auswahl übrig ist, eine im Umschlag verschlossene Vorhersage, die vor Beginn des Tricks aufgeschrieben wurde.

Jetzt enthüllen Sie Ihre Weissagung und öffnen den Umschlag... Sie haben natürlich die Karte, die nun mit der Bildseite nach oben auf dem Tisch liegt, vorhergesehen! Magisches Gedankenlesen... oder nicht?



Wahrsagerei?

Wahrsager scheinen oft alles über uns zu wissen.

Übersinnliche Kräfte oder der Barnum Effekt? Lesen Sie mehr auf

www.cs4fn/mathemagic/

Völlig verrückte Wahrsagerei: Wie Sie in die Zukunft sehen können

Der Aufbau

Für diesen Trick müssen Sie lediglich die 16. Karte im Stapel kennen. Benennen Sie diese Karte als Ihre Weissagung.

Bitten Sie den Zuschauer, den Stapel zu halbieren. Dabei ist wichtig, dass er mehr als 16, aber weniger als 32 Karten nimmt. Wenn es aussieht, als sei dies nicht der Fall, bitten Sie ihn einfach, den Stapel zurück zu legen und dann mehr oder weniger Karten zu nehmen. Sie können hier behaupten, dass das Experiment nicht zu lange dauern soll oder dass es sonst zu einfach wäre.

Dann folgen Sie der Anleitung: Die erste Karte mit dem Bild nach unten auf den verbleibenden Stapel, die nächste mit dem Bild nach oben auf einen neuen Stapel und so weiter. Magier nennen das „australisches Abheben“ (nach dem englischen Kosenamen für Australien „Down Under“), weil die erste Karte beim Geben nach unten zeigt.

Die Karte, die zum Schluss auf dem Tisch liegt, ist (unter Garantie) die 16. Karte vom Originalstapel, und Ihre Vorhersage wird wahr. Erinnern Sie ihr Publikum an das Halbieren des Stapels, das Aufteilen der Karten und lassen Sie sich vom Applaus belohnen.

Die Magier

Dieser Trick wurde von dem berühmten Magier Alex Elmsley erfunden, und es gibt inzwischen viele Variationen. Elmsley studierte Mathematik und Physik an der Universität von Cambridge... und arbeitete schließlich als Computerprogrammierer.

Die Präsentation

Für diesen Trick ist es wichtig, dem Publikum weiszumachen, wie leicht es eine andere Karte hätte sein können. Ehe Sie die übrig gebliebene Karte zeigen und Ihre Vorhersage enthüllen, könnten Sie die letzte Karte vom Stapel nehmen und sagen: „Wenn Sie nur eine Karte mehr aufgenommen hätten...“ Damit bestärken Sie das Publikum im Glauben, dass der Trick hätte schief gehen können. Es ist wichtig von der Wahrheit abzulenken um die Magie aufrecht zu erhalten.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, ohne besondere Vorbereitung genau zu wissen, welches die 16. Karte ist. Die folgende Methode lässt sich ganz leicht in den 21 Karten Trick einbauen.

Am Ende des 21- Karten Tricks haben Sie drei Stapel mit je sieben Karten auf dem Tisch. Zwei davon brauchen Sie nicht, weil die ausgesuchte Karte in der Mitte vom mittleren Stapel ist. Bevor Sie verkünden, welche Karte Ihr Freiwilliger ausgesucht hat, sammeln Sie die beiden anderen Stapel ein und legen den Stapel von 14 Karten mit der Bildseite nach oben zur Seite.

Wie Sie wissen, befindet sich die ausgesuchte Karte in der Mitte des übrig gebliebenen Stapels (siehe 21- Karten Trick Anleitung). Während Sie die Karten, die nicht gebraucht werden, aus dem Stapel ablegen, legen Sie zwei davon mit der Bildseite nach oben auf den Stapel mit den 14 Karten. Sie haben nun einen Stapel mit 16 Karten und kennen das Geheimnis für Ihren nächsten Trick. Die oberste Karte auf diesem Stapel ist die 16. merken Sie sich diese Karte!

Ihre Vorhersage...

Wie wär's mit der Herz 8 an 16. Stelle? Zeigen Sie dem Freiwilligen dann die Innenseite dieses Buches als Ihre Vorhersage. Es ist wirklich ein Zauberbuch!

Wenn Sie mit dem 21 -Karten Trick fertig sind, drehen Sie den Stapel einfach um, und legen Sie die Karten oben auf den restlichen Stapel, so dass Sie genau wissen, welches die 16. Karte von oben in dem Stapel ist.

Ihre Vorhersage...

Der Kartenstapel liegt mit der Bildseite nach unten vor dem Publikum (aber Sie wissen, welche Karte die 16. ist). Schreiben Sie diese Karte als Ihre Vorhersage auf und los geht's mit dem nächsten Trick.





Die Informatik

Völlig verrückte Wahrsagerei: Die Informatik

Binäre Zauberei (sozusagen)

Wie funktioniert das? Nun, es basiert auf binärer Arithmetik und einem Suchalgorithmus. Durch das Austeilen wird jede zweite Karte eliminiert und der Stapel jeweils halbiert. Anders ausgedrückt heißt das, die verbleibenden Karten stehen im Verhältnis $2:n$, wobei n besagt zum wievielten Mal Sie austeilen (beim ersten Austeilen ist $n=1$, beim zweiten $n=2$ und so weiter). Schauen wir uns diesen Aussiebprozess genauer an. Die Karten in dem Stapel, den Ihr Zuschauer abgehoben hat, nummerieren wir von 1 aufwärts. Sie wissen nicht, wie viele Karten in dem Stapel sind, aber es sind weniger als 32. Sie wissen, welches die 16. Karte ist. Das ist Ihre Voraussage. Die erste Karte kommt mit dem Bild nach unten auf den verbleibenden Stapel, die nächste behalten wir auf dem Tisch und so weiter. Jede Karte an ungerader Stelle im Stapel wird also herausgenommen. Die Karten an gerader Stelle bleiben im Stapel mit der Bildseite nach oben. Anders ausgedrückt: Ihr Freiwilliger hat Karten auf den Ausgangspositionen $2n$ für jedes $n < 16$ (da $2n$ auf weniger als 32 festgesetzt ist und $32=2 \times 16$) übrig. Der so halbierte Stapel wird aufgenommen, umgedreht und erneut ausgeteilt. Es wird wieder jede zweite Karte weggelegt. Es bleiben die Karten auf den Ausgangspositionen $4n$, wobei $n < 8$ ist (da $32=4 \times 8$). Beim nächsten Austeilen wird wieder jede zweite Karte weggelegt und es verbleiben die Karten auf den Ausgangspositionen $8n$, wobei $n < 4$ ist (da

$32=8 \times 4$). Beim letzten Austeilen wird jede zweite Karte weggelegt und es verbleibt nur die 16. Karte. Bei diesem Austeilen werden die Karten auf den Ausgangspositionen $16n$, wobei $n < 2$ ist, ausgesucht. Wenn $n < 2$ ist, muss es 1 sein und somit verbleibt nur die 16. Karte ... und die 16. Karte haben Sie vorhergesagt.

Irgendwie wichtig

Binärzahlen sind für die Informatik von grundlegender Bedeutung, da Computer Daten durch solche Binärzahlen ausdrücken. Es gibt aber auch noch weitere interessante Verbindungen. Oft sorgen binäre Eigenschaften dafür, dass Computer Probleme schneller lösen können. Eine der effektivsten Methoden, Daten zu durchsuchen funktioniert, weil jeweils die Hälfte der Daten verworfen wird. Es bleibt die Hälfte, in der sich die gesuchte Information befindet, genau wie bei unserem Trick. Man nennt das **'binäres Suchen'**. Der „Radixsort“ Algorithmus arbeitet auf ähnliche Weise: In frühen Lochkartenmaschinen wurden damit Lochkarten sortiert. Eine Variation des Radixsort wurde auch in frühen Computern genutzt, um eine bestimmte Lochkarte in einem gemischten Stapel zu finden so wie wir das mit der 16. Karte gemacht haben. Suchen ist auf die eine oder andere Weise eine der Hauptaufgaben heutiger Computer. Suchmaschinen verwenden unglaublich effiziente Suchalgorithmen, so dass Sie das gesamte Internet in Sekunden durchsuchen können. Abrakadabra!

Bei jedem Austeilen wird jede zweite Karte weggelegt

Start	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
Geben 1		2		4		6		8		10		12		14		16		18		20		22		24		26		28		30	
Geben 2				4				8				12				16				20				24				28			
Geben 3								8								16								24							
Geben 4																16															



Der blitzschnelle Marrakesch- Rechner

Wie Sie blitzschnelle
Arithmetik vorführen können

Der blitzschnelle Marrakesch-Rechner Wie Sie blitzschnelle Arithmetik vorführen können

Der magische Effekt

Sie fordern Ihr Publikum zu einer Runde „Marrakesch“ (benannt nach der antiken Goldenen Stadt in Marokko) heraus: ein Spiel, das blitzschnelle Arithmetik verlangt. Das Publikum kommt aus dem Staunen nicht heraus, wenn Sie jede Runde gewinnen, scheinbar ohne überhaupt nachdenken zu müssen. Können Sie wirklich so schnell Kopfrechnen?

Sowohl Sie, als auch Ihr Freiwilliger, erhalten ein Klemmbrett, Papier und Stift für ihre Rechnungen. Die Karten 1 bis 9 derselben Farbe werden mit der Bildseite nach oben auf den Tisch gelegt. Der Reihe nach wählt jeder Spieler eine Karte aus und legt diese vor sich hin. Ziel ist es, drei beliebige Karten vor sich zu haben, die zusammen 15 ergeben, bevor dies dem Gegner gelingt. Spielen Sie mehrere Runden. Sie und Ihr Gegner fangen abwechselnd an.

Zum Gewinnen muss man gut addieren können und nicht nur wissen welche Karten man selbst braucht, um 15 zu erreichen, sondern auch, welche Karten der Gegner braucht. Oder?

Der Aufbau

Während Ihr Gegner unter Umständen wild umher rechnet, müssen Sie gar nicht rechnen. Stattdessen zeichnen Sie eine Tabelle auf Ihr Blatt und schreiben die Zahlen wie folgt in die Felder.

4 9 2

3 5 7

8 1 6

Wenn Sie eine Karte aufnehmen, machen Sie ein Kreuz in dem Tabellenfeld mit der entsprechenden Nummer. Nimmt Ihr Gegner eine Karte, markieren Sie die Nummer mit einem Kreis in Ihrer Tabelle. Das Geheimnis? Es ist leicht, die Karten zu finden, die zusammen 15 ergeben, weil alle horizontalen, vertikalen und diagonalen Reihen in Ihrer Tabelle 15 ergeben. Es ist ein magisches Quadrat. Sie rechnen überhaupt nicht. Sie spielen Tic Tac Toe. Solange Sie das Spiel gut beherrschen, werden Sie immer gewinnen. (Auf der [cs4fn](http://www.cs4fn.org) Internetseite www.cs4fn.org finden Sie weitere Tipps für das perfekte Tic Tac Toe Spiel. Der Trick dabei ist, sich die Ecken auszusuchen und damit den Gegner in eine Zwickmühle zu bringen!)

Warum heißt dieses Spiel Marrakesch? Wussten Sie, dass der Marktplatz in Marrakesch auch Magischer Platz genannt wird?

Die Präsentation

Anstelle von Karten können Sie auch einfach Zahlen an eine Tafel schreiben und diese durchstreichen oder Sie nehmen Pappe und schreiben größere Zahlen darauf (es muss nicht unbedingt 1 -9 sein). Sie müssen einfach nur dieselbe große Zahl zu jeder der Zahlen in Ihrem magischen Quadrat addieren. Dabei müssen Sie nur daran denken, dass das Addieren einer Zahl N bedeutet, dass das Ziel dann $15+3N$ ist. Je größer die verwendeten Zahlen, desto beeindruckender sieht das Ganze aus. Für Sie macht die Größe der Zahlen natürlich keinen Unterschied, da Sie sowieso nicht rechnen. Sie müssen die Zahlen nur in richtiger Reihenfolge auf Ihr Tic Tac Toe Spielfeld schreiben.



Die Informatik

Der blitzschnelle Marrakesch-Rechner: Die Informatik

Ich habe das hier schon mal vorbereitet

Tic Tac Toe und Marrakesch sind das, was Mathematiker „**isomorphe**“ Spiele nennen. Das heißt einfach nur, dass sie genau genommen dasselbe Spiel sind. Wenn Sie für eines die perfekte Strategie haben (sagen wir für Tic Tac Toe), können Sie auf dieselbe Weise das andere Spiel (Marrakesch) spielen und haben auch hierfür die perfekte Strategie. Es gilt nur ein Spiel ins andere zu übersetzen, so wie wir das gerade für unseren Trick getan haben.

Informatiker interessieren sich sehr für solche Situationen. Probleme sollen möglichst so gelöst werden, dass man einen Algorithmus (Programm) erstellen kann, dem der Computer dann folgen kann. Wenn sich also herausstellt, dass zwei Probleme prinzipiell gleich sind, lässt sich das zweite auf dieselbe Weise lösen wie das erste. Man muss nicht wieder von Null anfangen, sondern verwendet einen schon fertigen Lösungsansatz.

Hat man also beispielsweise die perfekte Strategie für Tic Tac Toe ausgearbeitet und dafür ein Programm erstellt, kann man denselben Algorithmus und somit weitestgehend dasselbe Programm zum Marrakesch spielen verwenden. Man muss nur das Interface von Nullen und Kreuzen zu Zahlen umprogrammieren und mittels eines Codes eine Problemstellung in die andere übersetzen.

Dieser Trick ist nicht nur für Spiele anwendbar. Er lässt sich auch auf die verschiedensten Problemstellungen anwenden, inklusive solcher, die als besonders schwer lösbar gelten. Ein klassisches Beispiel ist das sogenannte „Handlungsreisender“- Problem. Es geht darum, die schnellste Route auszuarbeiten und dabei jede Stadt nur einmal zu besuchen. Wenn man hierfür die vollkommene Lösung findet, hat man gleichzeitig die Lösung für viele, scheinbar völlig andere Problemstellungen. Allerdings hat bisher noch niemand die vollkommene Lösung gefunden! Es gibt aber eine Reihe recht guter Methoden (**Heuristik**), die auch für all die anderen Probleme funktionieren.



Der blitzschnelle Marrakesch-Rechner: Die Informatik

Benutzungsoberfläche

Wir sind hier über etwas Wichtiges gestolpert. Warum wird das Spiel durch die Umwandlung in Tic Tac Toe überhaupt einfacher?

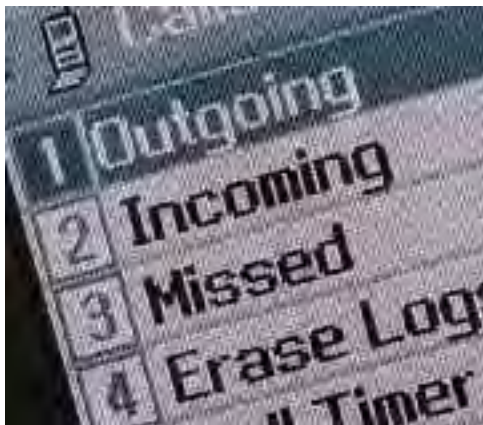
Der einzige Unterschied liegt in der Präsentation der Informationen auf eine Weise, die unser Gehirn besser verarbeiten kann. Unser Gehirn kann, ohne viel Aufwand, visuelle Muster gut erkennen, da wir uns zu sehr visuellen Kreaturen entwickelt haben. Visuelle Muster fallen uns einfach sofort ohne Aufwand ins Auge. Im Unterschied dazu ist Arithmetik eine erlernte Fähigkeit, ja sogar eine Art des Erinnerns (oder ein Durchsuchen von Listen, wenn wir sie aufgeschrieben hätten) mittels der wir drei Zahlen zu 15 addieren.

Für Informatiker ist dies eine wichtige Erkenntnis. Wenn Computer das Leben der Menschen vereinfachen sollen (und das ist normaler Weise das Ziel), muss die Benutzungsoberfläche berücksichtigen, welche Dinge wir gut oder weniger gut können. Wenn man Programme so gestaltet, dass die Präsentation der Informationen die Dinge nutzt, die wir gut können, werden diese viel effektiver sein.

Es fällt uns beispielsweise viel leichter das, was wir sehen wieder zuerkennen, als uns an Dinge zu erinnern. Aus diesem Grund stellt eine graphische Benutzungsoberfläche eine Verbesserung zu den alten Systemen dar, bei denen man Kommandos eintippen musste.

Es ist wesentlich schwerer sich zu merken, dass „finden“ das richtige Kommando zum Auffinden von Dokumenten ist (es könnte auch „suchen“, „herausholen“ oder „aufspüren“ sein), als in einem Auswahlménü die richtige Option zu finden.

Wenn Sie also ein Experte für die Lösung von Problemen sein wollen, denken Sie an den Marrakesch Trick – suchen Sie nach der Lösung eines anderen Problems, die sie schon kennen und wenden Sie diese an, wann immer ein neues Problem prinzipiell dasselbe ist. Stellen Sie sicher, dass das Interface benutzerfreundlich ist. Das kann Ihr Leben und das Ihrer Nutzer sehr erleichtern.



Auf die Schnelle – Zeitreisen

Sie begeben sich auf Zeitreise und sagen die Zukunft vorher. Hierfür brauchen Sie ein geheimes, „zufällig“ gewähltes Jahr. Bitten Sie einen Freund eine dreistellige Zahl aufzuschreiben. Damit es 'schwieriger' wird, sollen die Ziffern alle unterschiedlich sein und die erste Ziffer soll die größte sein. Sagen Sie es sei noch immer zu leicht. Lassen Sie Ihren Freund die Zahl in umgekehrter Reihenfolge unter die Ziffern der ursprünglich gewählten Zahl schreiben. Schlussendlich bitten Sie ihn die kleinere Zahl von der größeren zu subtrahieren. Damit haben wir ein völlig zufällig gewähltes Jahr, welches Ihr Freund nicht vorhersehen konnte. Sie aber konnten die Jahreszahl vorhersehen.

Konzentrieren Sie sich. Die Zukunft wird allmählich klarer... die Antwort beinhaltet eine „9“. Ja, das stimmt, aber da ist noch mehr. Lassen Sie sich von Ihrem Publikum herausfordern: bitten Sie sie die Ziffern der Antwortzahl umgekehrt aufzuschreiben und diese beiden Zahlen zu addieren. Noch bevor das Publikum mit dem Rechnen fertig ist, gelingt es Ihnen die Wellen der Zeit zu erfassen und Sie können vorhersehen, dass das Ergebnis nun der Jahreszahl in der Kristallkugel auf Seite 59 entspricht.



A close-up photograph of several colorful lottery balls. A large green ball with the number '23' is the central focus. To its left, a purple ball with the number '1' is visible. Above the green ball, a purple ball with the number '31' is partially visible. The balls are set against a light blue background.

Die Lottovorhersage

Wie Sie im Lotto
gewinnen können

Die Lottovorhersage: Wie Sie im Lotto gewinnen können

Der magische Effekt

Verkünden Sie, dass Sie einen Freiwilligen eine Lottozahl willkürlich bestimmen lassen werden. Jeder im Publikum schreibt eine vierstellige Zahl auf.

Karten von 1 (Asse) bis 9 werden dann willkürlich im Publikum herumgereicht. Drei Zahlen werden zufällig ausgewählt indem ein Freiwilliger drei Zuschauer mit Karten nacheinander aussucht. Der Freiwillige weiß dabei nicht, welche Karten die anderen Zuschauer haben. Dies machen Sie insgesamt dreimal, so dass Sie drei dreistellige Zahlen haben. Diese drei Zahlen werden dann addiert und ergeben zusammen eine vierstellige Zahl. Das ist Ihre Lottozahl.

Fragen Sie Ihr Publikum ob jemand diese Zahl aufgeschrieben hat (es gibt natürlich einen kleinen Preis, wenn das der Fall ist). Sie erwähnen, dass Sie natürlich nicht Lotto spielen, denn Sie können die Zahlen vorhersagen und das wäre nicht fair. Bitten Sie Ihren Freiwilligen den Umschlag zu öffnen, auf dem er die ganze Zeit geschrieben hat. Darin befindet sich Ihre Lottozahl... und erstaunlicherweise ist das genau dieselbe Zahl, die Sie mit den Karten im Publikum ermittelt haben – 1665!

Der Aufbau

Die Zahlen sind vollkommen willkürlich ausgewählt. Die Vorgehensweise stellt sicher, dass das Ergebnis immer 1665 ist. Und so wird's gemacht. Zunächst müssen Sie die neun Karten aus drei verschiedenen Kartenfarben wie folgt zusammenstellen. Nehmen Sie Karo 3, 4 und 8, Herz Ass, 5 und die 9 sowie Pik 2, 6 und 7. Sie haben zwar die Zahlen 1 -9, aber in drei verschiedenen Kartenfarben. Wesentlich wichtiger ist aber, dass in jeder Kartenfarbe die Summe der Karten 15 ergibt.

Mischen Sie die neun Karten und reichen Sie sie ins Publikum, so dass niemand weiß, wer welche Karte hat.

Bitten Sie Ihren Freiwilligen die Reihenfolge der Kartenfarben zu bestimmen zum Beispiel Herz, Pik, Karo (seine Entscheidung). Geben Sie ihm ein Klemmbrett und Papier, um die Reihenfolge aufzuschreiben. Das „Papier“ kann der Umschlag mit Ihrer Lottovorhersage 1665 sein. Auf diese Weise findet Ihr Freiwilliger schließlich heraus, dass er die ganze Zeit Ihre Vorhersage bewacht hat!

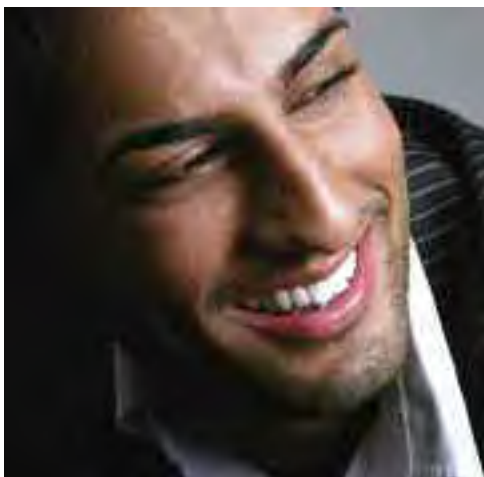
Die Magier

Penn Jillette, eine Hälfte des unkonventionellen Magierduos Penn & Teller, hat eine Leidenschaft für Computertechnologie und das Internet. In den frühen 90ern hat er regelmäßig für ein Computer Magazin und eine Suchmaschinen-Firma geschrieben.

Die Lottovorhersage: Wie Sie im Lotto gewinnen können

Sagen wir Herz ist zuerst dran. Bitten Sie die drei Zuschauer mit Herz-Karten aufzustehen. Tafel steht: und lassen Sie Ihren Freiwilligen eine aussuchen. Das ist die erste Ziffer für die erste dreistellige Zahl. Schreiben Sie sie für alle sichtbar an die Tafel. Dasselbe tun Sie für die nächste gewählte Kartenfarbe. Wenn das Pik ist, stehen die Zuschauer mit den drei Pik-Karten auf und eine wird ausgesucht. Das ist die zweite Ziffer. Sie wird neben die erste geschrieben. Schließlich ist die letzte Kartenfarbe dran und damit haben Sie eine dreistellige Zahl.

Das kann beispielsweise 573 sein.



Wiederholen Sie die Prozedur in derselben Reihenfolge für die zweite dreistellige Zahl, die Sie unter der ersten an die Tafel schreiben. Ihre Ziffern könnten dieses Mal 924 sein. An der Tafel steht:

573

924

Abschließend noch die übrig gebliebenen Ziffern für die letzte dreistellige Zahl, zum Beispiel 168. An der Tafel steht:

573

924

168

Fassen Sie für Ihr Publikum zusammen: Die Reihenfolge der Farben und der einzelnen Karten wurde zufällig von Ihrem Freiwilligem bestimmt. Jede andere Zahlenkombination wäre möglich gewesen. Was Sie natürlich nicht verraten ist, dass die Zahlen in jeder Reihe zusammen jeweils 15 ergeben, weil die Karten immer in derselben Reihenfolge von Farben ausgesucht wurden.

Ihr Freiwilliger addiert nun die drei Zahlen um die Lottozahl zu ermitteln. Das Ergebnis wird 1665 sein.

Lieblingsbücher

„*Hiding the elephant*“ von Jim Steinmeyer ist ein großartiges Buch über die Geschichte der Zauberkunst. Entdecken Sie, wie dieselben Prinzipien aus Wissenschaft und Technik in verschiedenen Tricks immer wieder auftauchen.

Warum klappt das? Die Reihenfolge der Kartenfarbe ist immer gleich. Das heißt jede Zahlenreihe ist von derselben Kartenfarbe und die haben Sie so zusammengestellt, dass die Zahlen zusammen immer 15 ergeben. Jede Reihe ergibt also 15 und die Sechsen in der Antwortzahl kommen durch die Überträge von einer Reihe zur nächsten zustande.

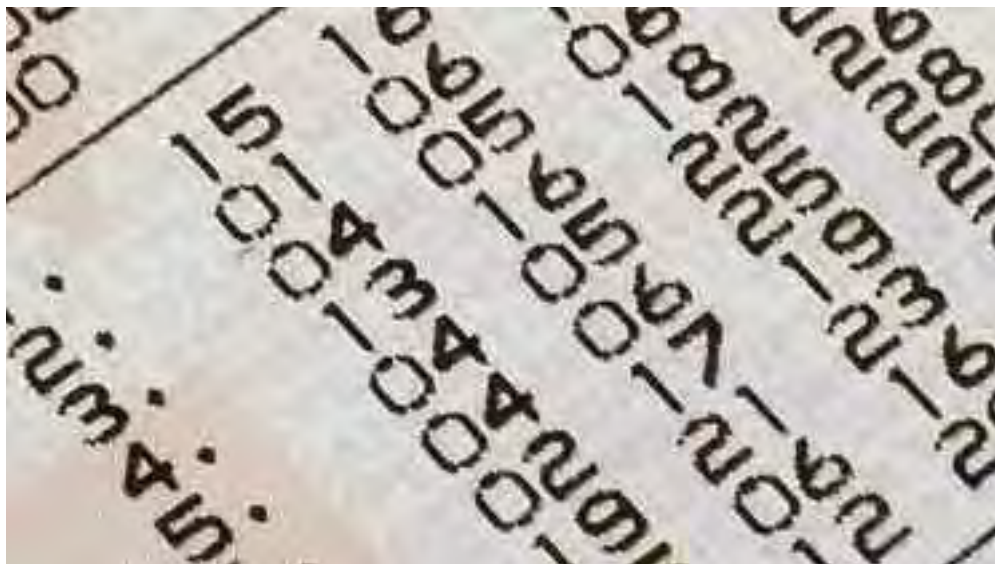
Es spielt keine Rolle, in welcher Reihenfolge die Kartenfarben ausgesucht wurden, weil die Reihenfolge der Addition das Ergebnis nicht verändert.

Das klappt natürlich nicht mit jeder beliebigen Zahlenkombination. Wir haben die Zahlen mit Bedacht gewählt. Genau genommen stammen die Zahlen lediglich aus den Spalten eines magischen Quadrats demselben magischen Quadrat, das wir vorher im Marrakesch-Spiel verwendet haben!

Die Präsentation

Statt mit Karten zu arbeiten, können Sie die Zahlen in drei Farben auf Papier schreiben. Knüllen Sie das Papier zu Bällen und werfen Sie sie ins Publikum. Lassen Sie das Publikum ein wenig Ball spielen, wie in einer großen Lotto Maschine. Dann sucht das Publikum die Farben aus. Die Summe der Zahlen in jeder Farbe ist natürlich 15! Wenn dem nicht so wäre, würde der Trick nicht klappen.

Wenn Sie diesen magisches Quadrat Trick in der gleichen Show vorführen wie andere auf demselben Prinzip basierende, sollten Sie das Ergebnis verändern (also ein anderes magisches Quadrat verwenden), damit dem Publikum die Zahl 15 nicht auffällt. Dann müssen Sie natürlich eine neue Zahl zum Vorhersehen errechnen.





Die Informatik

Die Lottovorhersage: Die Informatik

Wiederverwertung!

Die erste Lektion von diesem Trick ist die Wiederverwertung – wir haben die Eigenschaften des magischen Quadrats auf einen neuen Trick angewendet. Dieses Mal aber nicht isomorph wie im blitzschnellen Marrakesch-Rechner (Seite 38), denn es handelt sich nicht um denselben Trick in einer anderen präsentativen Verpackung. Wir haben unsere Daten (die Karten) auf bestimmte Weise geordnet und dabei die bekannte Eigenschaft des magischen Quadrats auf neue Weise genutzt.

Auf die Schnelle: Straßenzauberei

Straßenmagier wie David Blaine wenden oft den folgenden psychologischen Trick an. Bitten Sie einen Freund spontan an eine zweistellige Zahl zwischen 1 und 100 zu denken, die beiden Ziffern sollen ungerade und voneinander verschieden sein.

Konzentrieren Sie sich – die Antwort ist 37. Finden Sie raus warum auf

www.cs4fn.org/mathemagic/

Nur nicht dran rütteln!

Ein wichtiges Merkmal, das wir bisher nicht erwähnt haben, ist die „Invariante“. Die Invariante eines Algorithmus ist der Teil, der unverändert bleibt, während die Arbeitsschritte des Algorithmus ablaufen.

Man kann sich das wie eine Papierkette aus Zeitungspapier vorstellen – jedes einzelne Teil ist genau gleich und trotzdem reicht die Kette von einem Ende des Tisches zum anderen. Der letzte Teil ist an völlig anderer Stelle als der erste. Invarianten sind für das Verständnis von

Invarianten sind für das
Verständnis von
Algorithmen wichtig –
und für den Beweis, dass
er tatsächlich funktioniert.

Invarianten sind für das Verständnis von Algorithmen wichtig – und für den Beweis, dass er tatsächlich funktioniert. Denn es ist wichtig herauszufinden, welches Merkmal unveränderlich ist, um zu verstehen wie die Berechnung Eigenschaften verändert. Auf diese Weise kann man kurze Argumente für die Arbeitsweise langer Berechnungen erstellen... vorausgesetzt die Berechnung wiederholt bestimmte Schritte immer wieder.

Die Lottovorhersage: Die Informatik

Der Trick ist recht einfach, aber er zeigt wie Invarianten angewandt werden. Bei diesem Trick ist die Summe der Zahlen in den einzelnen Kartenfarben die Invariante – die Summe ist stets 15. Betrachtet man die Kartenfarben und Zahlenreihen näher, lässt sich das auch wie folgt ausdrücken:

Die Summe der Zahlen, die bisher in jeder Spalte stehen, plus die Summe der Karten dieser Farbe, die noch im Publikum sind, ergibt 15.

Wir können das auch als mathematische Gleichung darstellen:

Spalte + Publikum = 15

(Nennen wir diese Gleichung „I“, für Invariante)

Die **Spalte** ist in der Gleichung nur eine Abkürzung für „Summe der Zahlen die bisher in der Spalte stehen“ und **Publikum** ist eine Abkürzung für „Summe der Karten einer Farbe die noch im Publikum sind“.

Betrachten wir den Trick von Anfang an. In den einzelnen Spalten steht noch nichts. Das heißt:

Spalte = 0

Andererseits sind alle Karten im Publikum. Somit wissen wir die Summe für die Karten jeder Farbe ist:

Publikum = 15

Die Invariante, **I**, erweist sich als richtig, denn

0+15 = 15

Zumindest haben wir bewiesen, dass unsere Invariante am Anfang des Tricks funktioniert.

Im weiteren Verlauf des Tricks wird prinzipiell derselbe Vorgang immer wiederholt: es wird eine Karte aus dem Publikum ausgesucht und die Zahl des Kartenwerts wird in die entsprechende Spalte an die Tafel geschrieben. Die Karte hat einen Wert x (es ist egal was x genau ist) und damit ist der neue Wert für **Publikum** „Publikum $- x$ “. Gleichzeitig ändert sich der Wert von **Spalte** zu „**Spalte** + x “. Die Gleichung für

(Spalte $- x$) + (Publikum + x) = 15

Die Addition und Subtraktion von x heben sich gegenseitig auf und so vereinfacht sich die Gleichung wieder zur ursprünglichen Gleichung.

Spalte + Publikum = 15

Das zeigt, dass dies wirklich eine Invariante ist. Obwohl wir einige Karten aus dem Spiel genommen haben, bleibt „I“ unverändert. Wir haben uns unserem Ziel genähert ohne die Gleichung zu verändern!

Was haben wir bisher bewiesen? Wir haben gezeigt, dass die Invariante zu Beginn des Tricks korrekt ist und solange das der Fall ist, bleibt die Invariante unverändert, wenn der nächste Schritt des Tricks vollzogen ist. Das heißt, dass die Invariante bis zum Ende bei jedem einzelnen Schritt des Tricks unverändert bleibt.

Was wissen wir über das Ende des Tricks? Der Trick endet, wenn keine Karten mehr im Publikum sind. Das heißt am Ende gilt

Publikum = 0

für alle Kartenfarben. Wenden wir dies auf unsere Invarianten-Gleichung an sieht dies so aus

$$\text{Spalte} + 0 = 15$$

Mit anderen Worten am Ende des Tricks ist

$$\text{Spalte} = 15$$

Die Summe jeder Spalte an der Tafel ist am Ende des Tricks 15. Und das heißt natürlich, dass das Endergebnis immer 1665 ist.

Wir konnten das sogar beweisen ohne jeden einzelnen Arbeitsschritt des Tricks abarbeiten zu müssen. Die Argumentation lässt sich verallgemeinern. Angenommen wir hätten 100 verschiedene Kartenfarben, anstatt nur 3, mit 100 einzelnen Karten in jeder Farbe. Solange wir die Karten so zusammenstellen, dass ihr Wert in jeder Farbe auf eine bestimmte Summe zusammen kommt, bleibt unsere Beweisführung richtig. Es würde sich nur die Endsumme verändern und die Invariante wäre

$$\text{Spalte} + \text{Publikum} = \text{Summe}$$

Wie wir auch schon in vorherigen Beweisführungen gesehen haben, kann man diese auch auf Computerprogramme

Die Magier

Der Magier „Fitch der Zauberer“ oder, wie er mit richtigem Namen heißt, Dr. William Fitch Cheney, Jr., hat 1927 als erster am angesehenen Massachusetts Institute of Technology (MIT), in Mathematik promoviert.

anwenden. Mit der Anwendung von Invarianten kann man Aussagen über Programme treffen, die denselben Arbeitsschritt immer wieder wiederholen um zu einem Endergebnis zu gelangen... also so ziemlich alle Programme.

Die Argumentationsweise, die wir hier angewendet haben, basiert auf einer innovativen Art Aussagen über die Korrektheit von Computerprogrammen zu treffen, mit Namen „Hoare Kalkül“. Mit dieser mathematischen Logik lassen sich die einzelnen Arbeitsschritte einer Beweisführung präzisieren... was es dann einem Computer ermöglicht zu beweisen, dass neue Programme richtig arbeiten. Diese Vorgehensweise ist nach Professor Sir Tony Hoare benannt, der für seine Arbeit auf dem Gebiet der Informatik zum Ritter geschlagen wurde.



A close-up portrait of a young man with short dark hair, wearing a dark brown zip-up jacket. He is looking directly at the camera with a serious expression. His hands are raised, with his index fingers pointing towards his temples. The background is dark and out of focus.

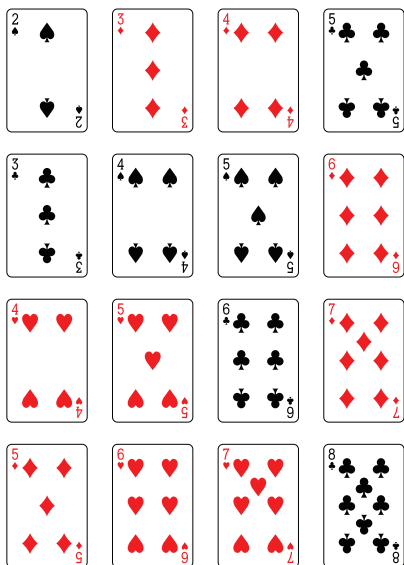
Das Schicksalsquadrat

Wie Sie die Handlungen
anderer Menschen
kontrollieren können

Das Schicksalsquadrat: Wie Sie die Handlungen anderer Menschen kontrollieren können

Der magische Effekt

Legen Sie Karten als 4x4-Quadrat aus, bitten Sie ein paar Freiwillige nach vorne und lassen sie je eine Karte aussuchen. Die Freiwilligen heben jeweils ihre gewählte Karte auf und legen dann die verbleibenden Karten aus der Zeile und Spalte, in der sich die gewählte Karte befand, zur Seite. Das wiederholt sich so lange bis alle Karten entweder zur Seite gelegt oder von den Freiwilligen ausgesucht wurden.



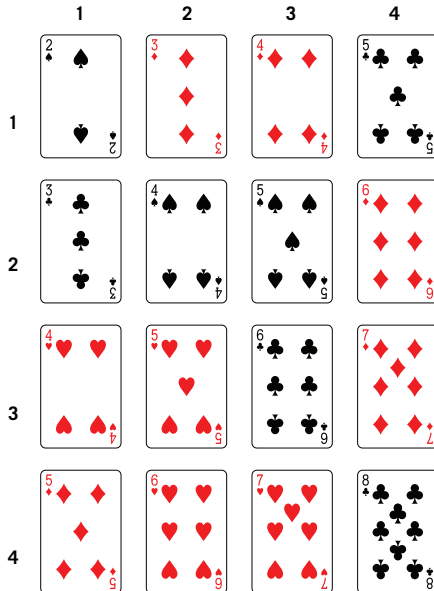
Ein Schicksalsquadrat

Sie addieren die Zahlen auf den ausgewählten Karten und es stellt sich heraus, dass Sie die Auswahl kontrolliert haben, denn die Summe entspricht Ihrer Vorhersage, die Sie am Anfang des Tricks in einem Umschlag versiegelt hatten!

Der Aufbau

Das klappt einfach! Solange Sie die Karten aus der Abbildung verwenden, ist die Antwort immer 20.

Wie funktioniert das? Stellen Sie sich das Raster wie in der unteren Abbildung vor. Wir haben die Zahlenreihen von links nach rechts und von oben nach unten 1 bis 4 nummeriert.



Das Schicksalsquadrat mit nummerierten Zeilen und Spalten.

Das Schicksalsquadrat

Die Zahl auf jeder Karte entspricht der Summe der Zahlen für die Zeile und Spalte in denen sich die Karte befindet. Schauen Sie sich beispielsweise die Karte unten rechts an, 8. Die 8 befindet sich in Reihe 4 und Spalte 4... also $4 + 4 = 8$. Das klappt für alle Karten im Raster. Sie addieren einfach die Zahl der Zeile zu der Zahl der Spalte.

Was passiert also wenn die Karten ausgesucht werden? Immer, wenn eine Karte ausgesucht wurde, nehmen Sie auch den Rest der Zeile und Spalte weg. Es wird also von jeder Zeile nur eine Karte ausgewählt. Dasselbe gilt auch für die Spalten. Zu welchem Ergebnis kommen wir, wenn wir alle Zahlen addieren? Der Wert jeder Karte ist die Summe aus Zeilennummer und Spaltennummer. Die vier 4 ausgewählten Karten ergeben also zusammen die Summe aus allen Zeilennummern und allen Spaltennummern. Wenn wir die Nummern der Zeilen und Spalten addieren, was kommt dabei raus?

Zeilennummer: $1+2+3+4 = 10$

Spaltennummer: $1+2+3+4 = 10$

Endergebnis: $= 20$

Die Präsentation

Wenn das Ganze noch mysteriöser aussehen soll, können Sie auch andere Zahlen verwenden



(siehe Abbildung für Anleitung). Sie können auch ein noch beeindruckenderes 5×5 Raster, wie beim Bingo, verwenden und mit den Zahlen 1 bis 25 arbeiten. Der Trick sieht mit den Zahlen 1 bis 25 wirklich gut aus: die Zahlen sind so alltäglich, dass jedem klar ist, dass bei der Auswahl der Zahlen nicht getrickst werden kann! Die Zeilennummern sind dann 1 bis 5, die Spalten 0, 5, 10, 15 und 20 und das Endergebnis ist 65. Mit den Zahlen 1 bis 25 wirkt das Ganze wie ein Kalender, also könnten Sie ihre Show darauf auslegen.

Selbst gemacht

Wenn Sie das 1- 25 Raster nicht nehmen wollen oder auf eine bestimmte Zahl oder eine bestimmte Seite in einem Buch hinaus wollen, können Sie auch ein Raster selbst zusammen basteln.

Wie konstruieren Sie also eine maß geschneiderte Zahlenkombination? Eine Möglichkeit wäre den obigen Arbeitsschritten rückwärts zu folgen. Zuerst nominieren Sie eine Zahl als Endergebnis und zerlegen diese dann in Zeilen- und Spaltennummern. Fangen Sie mit den Zeilennummern an. Schreiben Sie die Zahlen in einem Raster als Reihe auf. Als nächstes nehmen Sie die Spaltennummern und schreiben diese in einem neuen Raster von oben nach unten auf. Addieren Sie die Zeilen- und Spaltennummern im Raster (sprich die Werte der entsprechenden Position im Raster) und bestimmen Sie so den maßgeschneiderten Kartenwert.

	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0
5	5	5	5	5	5
10	10	10	10	10	10
15	15	15	15	15	15
20	20	20	20	20	20

Verteilen Sie die Zeilennummern auf die einzelnen Zeilen

	1	2	3	4	5
0	1	2	3	4	5
5	1	2	3	4	5
10	1	2	3	4	5
15	1	2	3	4	5
20	1	2	3	4	5

Verteilen Sie die Spaltennummern auf die einzelnen Spalten

==

	1	2	3	4	5
0	0+1	0+2	0+3	0+4	0+5
5	5+1	5+2	5+3	5+4	5+5
10	10+1	10+2	10+3	10+4	10+5
15	15+1	15+2	15+3	15+4	15+5
20	20+1	20+2	20+3	20+4	20+5

Addieren Sie die Zahlen in den beiden Rastern

==

	1	2	3	4	5
0	1	2	3	4	5
5	6	7	8	9	10
10	11	12	13	14	15
15	16	17	18	19	20
20	21	22	23	24	25

Kreieren Sie eine magische Bingokarte aus den Spaltennummern 1 bis 5 und den Zeilennummern 0, 5, 10, 15, 20. Die Karte zeigt nur die Zahlen 1 bis 25. Verwenden Sie andere Zeilen- und Spaltennummern für neue Raster und neue Endergebnisse.



Die Informatik

Das Schicksalsquadrat: Die Informatik

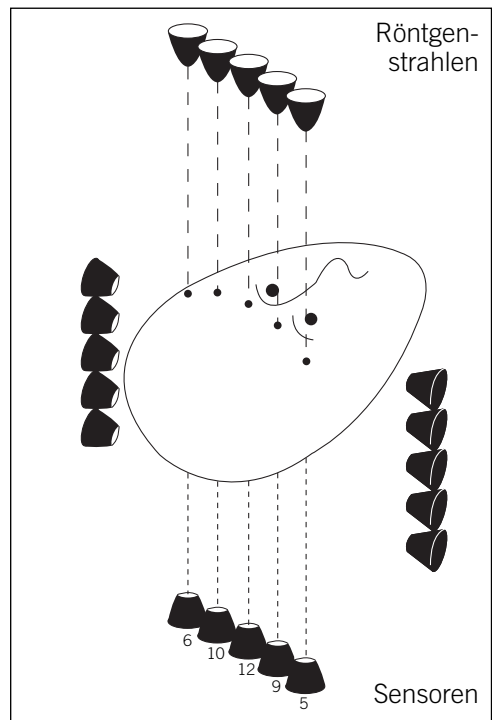
Die Verbindung von diesem Trick zur Informatik führt uns zu einer erstaunlichen Technik, die wir inzwischen als selbstverständlich ansehen: Die Computertomographie. Die Computertomographie ermöglicht es Ärzten, zwei dimensionale (2D) Schnittbilder vom Körperinneren zu erstellen. Diese Schnittbilder kann man dann zu einem drei dimensional (3D) Bild kombinieren. Die Computertomographie wird beispielsweise verwendet, um 3D-Scans vom Gehirn zu erstellen. Es funktioniert etwa so wie bei normalen Röntgenbildern, nur dass viele Bilder aus verschiedenen Richtungen gemacht werden.

Röntgenstrahlen durchdringen das Gehirn von einer Seite und werden dann mittels einer Reihe von Sensoren auf der anderen Seite gemessen. Auf diese Weise erhält man ein 1D Bild des Gehirns aus diesem bestimmten Winkel.



Schnittbilder eines Gehirns von einem Computertomographen-Scan

Mit nur dieser Information kann man aber keine 2D-Version erstellen, nur eine Reihe von 1D-Bildern. Darüber hinaus ist jedes einzelne Bild nicht mehr als ein Schatten von dem was tatsächlich da ist. Die Röntgenstrahlen durchdringen den Kopf von einer Seite zur anderen und werden dabei von vorhandenen Knochen und Hirnmasse mehr oder weniger behindert. Dadurch wird das 1D-Bild stellenweise dunkler oder heller. Das Bild beinhaltet Echos von allem, was dem Strahl auf seinem Weg begegnet ist, statt nur von einem bestimmten Punkt in der Mitte.



Bei der Tomographie werden an verschiedenen Stellen um den Kopf herum Röntgenintensitäten gemessen. Die einzelnen Bilder sind die Zeilen- und Spaltennummern aus unserem Trick.

Das Schicksalsquadrat: Die Informatik

Durch einen Computerprozess namens „**Rückprojektion**“ wird aus dem 1D-Bild ein 2D Schnittbild. Das funktioniert ähnlich unserem Bingo-Raster.

Wir können uns das Erstellen der Bingo-Karte als Kombination von zwei 1D-Röntgenbildern aus zwei Richtungen vorstellen. Jeder Teil des Bildes stammt von einem Strahl, der beispielsweise durch den Kopf dringt und am anderen Ende die Masse der Hindernisse auf seinem Weg mit einer Zahl bezieft. Angenommen wir haben fünf Messungen in einer Reihe. Die Reihe hat dann fünf Zahlen, eine für jede Position der Röntgenstrahlen. Diese Zahlen funktionieren genau wie unsere Spaltennummern im Trick. Sie bezeichnen nicht einen bestimmten Punkt sondern eine Kombination der Dinge, die sich auf dem Weg des einzelnen Strahls befinden.

Als nächstes nehmen wir fünf horizontale Messungen. Damit haben wir fünf weitere Zahlen, aber aus einem anderen Winkel. Die beiden Reihen von je fünf Zahlen beziehen sich

aber auf denselben Schnitt des Gehirns. Die fünf neuen Zahlen entsprechen also den fünf Zeilennummern aus unserem Trick.

Wir wollen nun rekonstruieren, was sich tatsächlich an jeder einzelnen Stelle des Kopfquerschnitts befindet. Dazu breiten wir unsere Spaltennummern untereinander aus und fügen die Zeilennummern von links nach rechts dazu. Zum Schluss addieren wir jeweils die beiden Zahlen für jede Einzelposition und erhalten so ein Bild (die Bingo-Karte) davon, was sich an der Stelle wirklich befindet. Das versteht man unter Rückprojektion. Um einen detaillierten 2D-Schnitt zu kreieren, werden 1D-Scans aus vielen verschiedenen Winkeln rückprojiziert und kombiniert. Anschließend wird das Bild noch schärfer gemacht. Durch diese Rechnung kann man präzise 2D Bilder der Knochen und Hirnmasse im Kopf erstellen. Um daraus einen 3D-Scan zu machen, legt man die 2D-Schnittbilder übereinander, während der Kopf der Person durch den Scanner bewegt wird.

Auf die Schnell: Die schnellen Fünf

Fünf Finger, Fünf Zehen, wir sind von Fünfern umzingelt. Beeindrucken Sie Ihre Freunde indem Sie jede Zahl super schnell durch 5 teilen und zwar korrekt bis zur dritten Dezimalstelle! Finden Sie heraus wie Sie teilen und beherrschen Sie die schnelle Fünf-Rechnung auf **www.cs4fn.org/mathemagic/**

Das Jahr ist...

1089



Die Zukunft

Die Zauberei der Gegenwart wird vermutlich auf die eine oder andere Weise zur Realität von Morgen werden. Wissenschaftler und Ingenieure entwickeln neue Technologien, um den magischen Effekt zu imitieren. Sie mögen das auf andere Weise tun, als sich die Magier vorgestellt haben, doch genau wie bei richtiger Zauberei kommt es einzig auf den Effekt an!

Schauen wir uns also an, was die Zukunft für einige unserer Tricks bringen könnte. Für Informationen zur Informatik hinter den Technologien und mehr besuchen Sie die cs4fn Internetseite (www.cs4fn.org).

Handlungen über Distanzen kontrollieren:

Professor Kevin Warwick ließ einen Chip in die Nerven seines Arms implantieren. Wenn er seine Finger bewegt, werden die Signale aus seinem Gehirn über das Internet übertragen und er kann die Hand eines Roboters bewegen. Professor Warwick befand sich während des Experiments auf einem anderen Kontinent als der Roboter.

In die Zukunft sehen: Das ist das Ziel der Wissenschaft, ob es dabei um Klimaveränderungen, zukünftige Schwankungen



auf den Finanzmärkten oder darum geht verdächtiges Verhalten im Bahnhof zu entdecken und festzustellen, ob jemand etwas Schlimmes vorhaben könnte... Je besser die Wissenschaft die Gegenwart erklären kann, desto bessere Anwendungsmöglichkeiten finden wir zur Zukunftsvorhersage.

Lottogewinn: Eine ganze Reihe von Kartellen haben alle möglichen Techniken ausprobiert, um bei Glücksspielen zu gewinnen sogar bei Roulette. Die Roulette-Bande hat mit versteckten Kameras und Computern versucht die Rotation des Rades zu analysieren und damit vorherzusagen, wo die Kugel als nächstes landen würde. Sie waren so erfolgreich, dass die Vorschriften für Glücksspiele geändert wurden, um dergleichen zu verhindern.

Außerkörperliche Erfahrungen: Darum geht es bei der virtuellen Realität. Sensoren, in der realen Welt installiert, erschaffen eine virtuellen Umgebung, so dass Ihr virtuelles Ich an beliebige entfernte Orte reisen kann, vielleicht sogar ausgestattet mit verstärkten Sinnen. Es wird sogar an Nano-Technologie gearbeitet, die Ihrem Avatar eine feste Form gibt und damit die virtuelle Welt zu einer körperlichen Erfahrung werden lässt.

Gedankenlesen: MRT-Scanner könne schon jetzt Ihre Gedanken in Aktion sehen. Gehirn-Computer-Interfaces können sogar Ihre Gedanken lesen, so dass Sie Computer mit einfachen ja/nein Gedanken kontrollieren können. Momentan verwendet man diese Technik, um Schlaganfallpatienten die Kommunikation zu ermöglichen. Doch wer weiß, was daraus in der Zukunft werden kann?

Das ist unsere Zauberei. Was ist Ihre Zauberei?

Der Vorhang fällt

Wir hoffen dieses Büchlein hat Ihnen gefallen. Auf der cs4fn-Internetseite www.cs4fn.org/mathemagic/ finden Sie noch mehr faszinierende Aktivitäten und Geschichten über Magie, Technik und Informatik.

Wir hoffen Sie schauen mal vorbei und haben Spaß daran. Wenn Sie Ihre Freunde mit Tricks beeindrucken, Ihre eigenen Showeinlagen entwickeln und im Applaus baden:

Denken Sie an den Kodex der Magier und verraten Sie nie einen Trick an Ihr Publikum!







**Unsere Live Zaubershows
werden von Google und
Microsoft unterstützt**

**Die Übersetzung der cs4fn
Publikationen wird von
Google unterstützt.**

**Vielen Dank an Ulrich
Kiesmüller (Universität
Erlangen-Nürnberg) für das
Korrekturlesen des
deutschen Textes.**

EPSRC

Engineering and Physical Sciences
Research Council

cs4fn wird durch Zuschüssen vom EPSRC unterstützt

**Diese Broschüre wurde produziert
vom Publications & Web Office
für das Institut für Informatik,
Queen Mary, University of London**



Queen Mary
University of London